UAM
Uniwersytet im A.Mickiewicza w Poznaniu

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Poznańskiego 4,
61-614 Poznań

Prof.dr hab Leszek Skrzypczak
tel.: +48-61-829-54-73
e-mail: lskrzyp@amu.edu.pl

Poznań 30.03.2022

Recenzja osiągnięcia naukowego dr. Arkadiusza Lewandowskiego
Stabilność transformacji obszarów ściśle pseudowypukłych

Dr Arkadiusz Lewandowski przedstawił osiągnięcie naukowe zatytułowane "Stabilność transformacji obszarów ściśle pseudowypukłych", które składa się z 7 artykułów. Prace te ukazały się w następujących czasopismach: Ann. Sc. Norm. Super. Pisa, J. Geom. Anal. (3 publikacje) Proc. Amer. Math. Soc., J. Math Anal. Appl. oraz Arch. Math. . Wszystkie te czasopisma w roku opublikowania artykułów w ostatecznej formie były ujęte w wykazie sporządzonym zgodnie z przepisami wydanymi na podstawie art. 267 ust. 2 pkt 2 lit. b Ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym. Wszystkie artykuły wchodzące w skład recenzowanego osiągnięcia naukowego były opublikowane w czasopismach matematycznych cieszących się bardzo dobrą lub dobrą renomą w środowisku. Nie mam wątpliwości, że stanowią one cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych.

Dr Arkadiusz Lewandowski pracuje na Uniwersytecie Jagielońskim. Na tym uniwersytecie uzyskał magisterium z matematyki i obronił w październiku 2013 roku rozprawę doktorską zatytułowaną *"Separately holomorphic function on crosses"*. Promotorem tej rozprawy był prof. dr hab. Marek Jarnicki. W latach 2011 i 2012 odbył dwa trzymiesięczne staże doktorskie w Carl von Ossietzky Universitaet, Oldenburg, Niemcy a w 2013 jednomiesięczny staż doktorski w University of Iceland, Reykjavik, Islandia. Na tym samym uniwersytecie pracował przez rok po uzyskaniu doktoratu w ramach stażu po-doktorskiego.

Wszystkie artykuły wchodzące w skład osiągnięcia habilitacyjnego są pracami jednoautorskimi dr A.Lewandowskiego. Wszystkie prezentowane w nich wyniki badań należy zatem uznać za jego indywidualne osiągnięcie i są "indywidualnym wkładem osoby ubiegającej się o stopień doktora habilitowanego" w rozumieniu wymagań ustawowych.

Pozostały dorobek naukowy dr. Arkadiusza Lewandowskiego składa się z 6 prac opublikowanych i jednego preprintu. W tym dorobku dwa artykuły ukazały się obroną doktoratu. Wszystkie są również pracami jedno-autorskimi i wszystkie z wyjątkiem pierwszej publikacji dotyczą analizy zespolonej (rozszerzania fukcji holomorficznych i aproksymacji funkcjami holomorficznymi). Tematyka preprintu jest zbliżona do tematyki recenzowanego osiagnięcia naukowego i dotyczy transformacji obszarów pseudowypukłych. Jedynie pierwsza chronologicznie publikacja nie dotyczy analizy zespolonej lecz analizy rzeczywistej, mianowicie całki Henstocka-Kurtzweila.

Dr. Lewandowski jest kierownikiem grantu NCN w ramach konkursu Sonata *"Rodziny funkcji szczytowych i eksponujących w obszarach ściśle wypukłych"* realizowanego od kwietnia 2018 roku.

Baza Web of Science podaje, że jego prace były cytowane 12 przez 2 autorów, jednak tylko jedno cytowanie nie jest autocytowaniem. Podobne dane można znaleźć w w Bazie Scopus (8 cytowań w tym jedno które nie jest autocytowaniem) oraz w MathSciNet (12 cytowań w tym jedno które nie jest autocytowaniem). Zgodnie zarówno z bazą Scopus jak i Web of Science jego indeks Hirscha wynosi 2. Należałoby tu zaznaczyć, że autorką jedynej pracy, która nie jest autocytowaniem jest, osoba pracująca na Politechnice KraKowskiej, a więc pochodząca z tego samego środowiska naukowego. Ten nikły oddźwięk publikacji dr. Arkadiusza Lewandowskiego należy uznać za najsłabszy punkt tego wniosku.

Omówienie osiągnięcia naukowego

Cykl prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego dr. Lewandowskiego dotyczy fundamentalnego dla analizy zespolonej wielu zmiennych pojęcia pseudowypukłości. Pojęcie to jest biholomorficznie niezmienniczym odpowiednikiem wypukłości i pozwala na klasyfikację obszarów holomorficzności. Pojęcie obszaru pseudowypukłego odegrało np. zasadnicze znaczenie w rozwiązaniu $\bar{\partial}$-problemu, przez L.Hörmandera i J.J. Kohna w latach 60 ubiegłego wieku. Od tego czasu obszary pseudowypukłe były intensywnie badane i wykorzystywane przez wielu znanych matematyków. .

Badania dr. Lewandowskiego dotyczą rodzin $\{G_t\}$ obszarów ściśle pseudowypukłych z funkcjami definiującymi klasy C^k z parametrem i z brzegami klasy C^k. W szczególności rozważana jest sytuacja w której $\rho : \mathbb{D} \times \mathbb{C}^n \to \mathbb{R}$ jest funkcją plurisubharmoniczną klasy C^k, $k \geqslant 2$, i taką, że dla każdego $t \in \mathbb{D}$ funkcja obcięta $\rho|_{\{t\}\times\mathbb{C}^n}$ jest ściśle plurisubharmoniczną i globalnie definiującą dla obszaru ściśle pseudowypukłego $G_t = \{z \in \mathbb{C}^n : \rho(t,z) < 0\}$. Dr Lewandowski bada stabilność pewnych obiektów i związanych z nimi oszacowań określonych na wyżej określonej rodzinie obszarów ściśle pseudowypukłych.

W przedstawionym do oceny osiągnięciu naukowym badane są zasadniczo dwa zagadnienia:

1. Czy istnieje rodzina $(f_{t,\xi})_{t\in\mathbb{D},\xi\in\partial G_t}$ funkcji szczytowych dla G_t w punktach $\xi \in \partial G_t$?
2. Czy istnieje rodzina $(h_{t,\xi})_{t\in\mathbb{D},\xi\in\partial G_t}$ odwzorowań eksponujących dla G_t w punktach $\xi \in \partial G_t$?

Ad 1) Problemowi istnienia funkcji szczytowych i ich zastosowaniu są poświęcone prace [A1], [A2], [A3] i [A4]. Zagadnienie istnienia funkcji szczytowych w różnych algebrach funkcyjnych na obszarach pseudowypukłych jest badane od kilkudziesięciu lat. Jeżeli G jest obszarem w $\mathbb{C}^n$ a ξ jest punktem jego brzegu, to mówimy, że jest on punktem szczytowym ze względu rodzinę funkcji holomorficznych określonych w otoczeniu domknięcia obszaru G, jeśli istnieje funkcja tej klasy przyjmująca wartość 1 w punkcie ξ oraz wartości co do modułu mniejsze od 1 we wszystkich innych punktach tego domknięcia. Taką funkcję nazywamy szczytową dla G w punkcie ξ.

W pracy [A1] wykazano, że dla danej rodziny G_t obszarów ściśle pseudowypukłych indeksowanej na zbiorze zwartym z jednostajnie ciągłą w sensie topologii C^2 rodziną funkcji definiujących, istnieje rodzina funkcji szczytowych $f_{t,\xi}$ zależnych sposób ciągły od t i ξ. Konstrukcja tej rodziny jest stosowną adaptacją podobnej konstrukcji dla pojedynczego obszaru pseudowypukłego, która można znaleźć np. w książce M. Jarnicki and P.Pflug, *Invariant distances and metrics in complex analysis*, por. Tw. 19.1.2. ibidem.

Wyniki z pracy [A1] zostały uogólnione i wzmocnione w pracy [A3]. Wykazano istnienie rodzina funkcji szczytowych $f_{t,\xi}$ dla rodziny obszarów ściśle pseudowypukłych o brzegach klasy C^k określonych przez funkcję plurisubharmoniczną jak opisano wyżej. Rodzina ta jest klasy C^{k-2}. Mamy tu do czynienia z uogólnieniem dwojakiego rodzaju. Po pierwsze zrezygnowano z założenia zwartości, co spowodowało potrzebę uzyskania pewnych oszacowań lokalnych, a następnie ich gładkiego sklejania. Po drugie twierdzenie dotyczy dowolnej gładkości $k \geqslant 2$ brzegu, zatem trzeba wykazać C^{k-2} gładkość rodziny funkcji szczytowych. Do tego celu użyto inny niż w poprzedniej pracy operator rozwiązujący $\bar{\partial}$-problem.

Prace [A2] i [A4] dotyczą zastosowania wyników związanych z funkcjami szczytowymi. W pracy [A4] wykazano twierdzenie aproksymacyjne dla rodziny funkcji holomorficznych f_t określonych i ograniczonych blisko punktów brzegowych $\xi_t \in G_t$, gdzie G_t jest rodziną obszarów ściśle pseudowypukłych. Wykazano istnieje ograniczonych funkcji holomorficznych $\hat{f}$ na G_t aproksymujących funkcje f_t. Przy czym uzyskane oszacowania zależą w sposób istotny od tego czy wymagamy spełniania warunki interpolacji w jednym czy też w kilku punktach. Uzyskane twierdzenie jest silniejszą wersją wyniku uzyskanego w roku 1975 przez Grahama i Kerzmana. Podobne twierdzenie dla funkcji holomorficznych całkowalnych z kwadratem uzyskano w pracy [A2]. Wspomniane twierdzenie dotyczące funkcji szczytowych i twierdzenie aproksymacyjne pozwoliły udowodnić stabilność pseudometryki Carathéodory-Reiffena i pseudometryki Kobayashiego-Roydena na rodzinie obszarów ściśle pseudowypukłych parametryzowanych przez zbiór zwarty.

Ad 2) Druga grupa zagadnień rozpatrywanych w recenzowanym osiągnięciu naukowym dotyczy punktów globalnej silnej wypukłości i odwzorowań eksponujących. Jeżeli G jest obszarem w $\mathbb{C}^n$ o brzegu klasy C^2 to punkt ξ należący do tego brzegu nazywamy *punktem globalnej silnej wypukłości* jeśli ten brzeg jest silnie wypukły w tym punkcie przekrój domknięcia obszaru G z przestrzenią styczną do brzegu w punkcie ξ składa się jedynie z jednego punku, którym jest oczywiście punkt ξ. Jeśli istnieje holomorficzne zanurzenie h pewnego otoczenia domknięcia $\bar{G}$ w $\mathbb{C}^n$, takie, że punkt $h(\xi)$ jest punktem globalnej silnej wypukłości zbioru $h(G)$ to takie odwzorowanie nazywamy *eksponującym* dla G w punkcie ξ.

Twierdzenie o istnieniu odwzorowania eksponującego dla obszaru pseudowypukłego z brzegiem klasy C^2 zostało wykazane przez K.Diedericha, J.E.Fornaessa i E.F.Wolda w 2014 roku. F.S. Deng, Q. Guan and L. Zhang postawili w roku 2016 następujące pytanie (por. Trans.Amer.Math.Soc.368): niech będzie dana rodzina G_t, $t \in \mathbb{D}$, obszarów ściśle pseudowypukłych obszarów z rodziną funkcji definiujących ciągła w sensie C^k topologii, czy istnieje wtedy rodzina funkcji eksponujących ciągła w sensie C^{k-2} topologii? W pracy [A5] dr Arkadiusz Lewandowski daje pozytywną odpowiedź na to pytanie dla $k = 2$ przy pewnych dodatkowych założeniach. Wykazuje on istnienie rodziny $(h_{t,\xi})_{t\in\sigma\bar{\mathbb{D}},\xi\in\partial G_t}$ odwzorowań eksponujących dla G_t w punktach ξ, ciągłej ze względu na wszystkie zmienne. Zakłada się tu, że rodzina G_t jest indeksowana po zbiorze zwartym $\sigma\bar{\mathbb{D}}$, $0 < \sigma < 1$. Ponad to zakłada się, że istnieje C^2-gładka rodzina gładkich łuków $\eta_{t,\xi} : [0,1] \to \mathbb{C}^n$ zanurzonych w dopełnienie G_t i łączących ξ z z punktem brzegowym kuli zawierającej wszystkie obszary G_t.

Wyniki uzyskane w pracy [A5] zostały uogólnione i wzmocnione w artykule [A7]. Wykazane tam twierdzenie dotyczy dowolnego k a rodzina odwzorowań eksponujących dla G_t jest parametryzowana na całym dysku otwartym $\mathbb{D}$. W dalszym ciągu zakłada się istnienie rodziny gładkich łuków, wymagając tym razem aby rodzina ta była C^k-gładka. Teza zasadniczego twierdzenia udowodnionego w tej pracy mówi, że istnienie rodziny $(h_{t,\xi})_{t\in\mathbb{D},\xi\in\partial G_t}$ odwzorowań eksponujących dla G_t w punktach ξ, która ma gładkość $[\frac{k-1}{2}]$.

W dowodzie głównego twierdzenia z pracy [A5] umiejętnie połączono idee pochodzące z prac K.Diedericha, F.Denga, J.E.Fornaessa, E.F.Wolda z udowodnioną przez dr. Lewandowskiego parametryczną wersją wielowymiarowego twierdzenai aproksymacyjnego Mengelyana. Natomiast dowód twierdzenia z artykułu [A7] wymagał zastosowania wariantu lematu Fortneriča o rozkładzie z gładką zależnością od parametru. Odpowiednia wersja wspomnianego wyżej lematu została wykazana przez dr. Arkadiusza Lewandowskeigo w pracy [A6]. To właśnie ta część dowodu istnienia rodziny odwzorowań eksponujących jest odpowiedzialna za utratę regularności do rzędu $[\frac{k-1}{2}]$.

Ostatnia, wspomniana już tu, praca wchodząca w skład osiągnięcia naukowego dotyczy parametrycznej wersji lematu Forsteriča o rozkładzie odwzorowań biholomorficznych bliskich identyczności. Pierwsza parametryczna wersja tego wyniku została udowodniona przez L.Simona w pracy z 2019 roku. Twierdzenie udowodnione przez Simona ma jednak dwa istotne ograniczenia. Po pierwsze regularność rozkładów rodziny takich odwzorowań biholomorficznych ze względu na parametr ogranicza się do ciągłości. Nie wykazał on regularności wyższego rzędu. Ponadto zbiory na których określone są odwzorowania i sama rodzina odwzorowań jest parametryzowana na zbiorze zwartym. W pracy [A6] dr Arkadiusz Lewandowski udowodnił twierdzenie, które poprawia wynik Simona. Mianowicie pokazał on, przy pewnych założeniach technicznych, które tu pomijam, że jeżeli rodzina holomorficznych injekcji, $\gamma_{t,\xi}$, zależy w sposób C^ℓ gładki od parametrów t i ξ to rodziny holomorficznych injekcji $\alpha_{t,\xi}$ i $\beta_{t,\xi}$ na które rozkłada się rodzina $\gamma_{t,\xi}$, tzn. $\gamma_{t,\xi} \circ \alpha_{t,\xi} = \beta_{t,\xi}$ są klasy $C^{[(\ell-1)/2]}$ względem parametrów. Ponadto parametr t nie jest elementem zbioru zwartego ale należy do gładkiej rozmaitości M z przeliczalną bazą topologii. Natomiast parametr ξ jest elementem brzegów pewnych obszarów pseudowypukłych.

Dowód zasadniczego wyniku tej ostatniej omawianej pracy oparty jest na zastosowaniu twierdzenia o funkcjach uwikłanych w przestrzeniach Banacha, różni się więc zasadniczo od oryginalnego dowodu lematu Forsteriča i twierdzenia Simona. W dowodzie wykorzystano idee zasugerowane w późniejszych artykule Forsteriča, przy czym wykorzystanie tej sugestii wymagało jej adaptacji do sytuacji parametrycznej co było przedsięwzięciem dalekim od automatyzmu. Wykorzystano tutaj operatory rozszerzenia Whitneya z parametrem oraz parametryczną wersję rozwiązania problemu Cousina z oszacowaniami spełniającymi warunki interpolacyjne.

Minusem udowodnionego tak twierdzenia, co zauważa sam kandydat w autoreferacie, jest utrata gładkości do rzędu $[\frac{\ell-1}{2}]$. Utrata gładkości do tego rzędu wynika ze stosowanych metod dowodowych i nie ma uzasadnienia teoretycznego.

Pozostały dorobek po doktoracie.

Pozostały dorobek badawczy dr. Lewandowskiego składa się z 7 publikacji, 6 opublikowanych i jednej złożonej do druku. Wszystkie one z wyjątkiem pierwszej dotyczą analizy zespolonej wielowymiarowej. Ta pierwsza praca [O1], napisana podczas studiów magisterskich dotyczy całki Henstocka-Kurzweila. Wszystkie te publikacje, z wyjątkiem pierwszej, ukazały się w znanych matematycznych czasopismach o międzynarodowym zasięgu. Artykuły [O2]-[O4] są oparte na rozprawie doktorskiej dr. Lewandowskiego i dotyczą rozszerzania funkcji holomorficznych, dokładniej funkcji oddzielnie holomorficznych na krzyżach. Natomiast pozostałe trzy prace dotyczą odpowiednio transformacji obszarów pseudowypukłych, aproksymacji funkcjami holomorficznymi i ciągłości systemów holomorficznych kontraktywnych względem ciągu obszarów zbieżnych w sensie odległości Hausdorffa.

Z informacji zawartych w autoreferacie wynika, że dr Lewandowski prowadził zajęcia dydaktyczne ze studentami na UJ i AGH. Jego aktywność zawodowa obejmowała ponadto działalność popularyzującą matematykę m.in. w ramach warsztatów dla Narodowego Funduszu na rzecz Dzieci. Jest on również autorem dwóch recenzji wydawniczych.

Kandydat odbył roczny staż podoktorski na University of Iceland, podczas którego rozpoczął pracę nad projektem, którego owocem jest przedstawione do recenzji osiągnięcie naukowe. W czasie tego stażu napisana też została praca [O5],

Wniosek.

Badania prowadzone przez dr. Arkadiusza Lewandowskiego dotyczą niewątpliwie ważnych i trudnych zagadnień analizy zespolonej wielu zmiennych. Uzyskane przez niego wyniki dowodzą, że jest on wstanie włączyć się twórczo prowadzone aktualnie badania w tym zakresie. W swoich pracach uzyskiwał on rezultaty poprawiające twierdzenia udowodnione przez innych znanych matematyków, np. w pracy [A6] lub rozwiązujące stawiane przez nich problemy np. w pracy [A5].

Moim zdaniem osiągnięcie naukowe przedstawione przez dr. Arkadiusza Lewandowskiego jest cyklem powiązanych tematycznie artykułów naukowych, które stanowią znaczny wkład w rozwój analizy zespolonej . Jego dorobek naukowy spełnia ustawowe wymogi określone w artykule 219 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce z dnia 20 lipca 2018 roku.