Prof. dr hab. Stanisław Spodzieja
Uniwersytet Łódzki
Wydział Matematyki i Informatyki
90-238 Łódź, ul. Banacha nr 22
tel. (42) 6355864
E-mail: stanislaw.spodzieja@wmii.uni.lodz.pl

Recenzja dorobku naukowego w postępowaniu habilitacyjnym dr. Arkadiusza Lewandowskiego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych dyscyplinie matematyka

1. Droga naukowa habilitanta

Pan dr Arkadiusz Lewandowski uzyskał tytuł zawodowy magistra matematyki na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w roku 2009. Stopień doktora nauk matematycznych uzyskał na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w roku 2013 na podstawie rozprawy doktorskiej pod tytułem *Separately holomorphic functions on crosses* przygotowanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Marka Jarnickiego.

Od 2013 roku pracuje w Instytucie Matematyki, Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego: w latach 2013-2016 jako asystent, a od 2016 roku na stanowisku adiunkta. W latach 2014-2015 odbył staż podoktorancki na University of Iceland, Science Institute, Reykjavik, Islandia.

Dr Arkadiusz Lewandowski prowadzi badania naukowe w zakresie wielowymiarowej analizy zespolonej, skupiając się na trudnych zagadnieniach teorii obszarów $G \subset\subset \mathbb{C}^n$ ściśle pseudowypukłych, a dokładniej na badaniach odwzorowań eksponujących oraz funkcjach szczytowych dla obszaru G w punktach brzegowych zbioru G. W kręgu jego badań leżą również zagadnienia dotyczące oddzielnej holomorficzności funkcji. Jego dorobek naukowy składa się z 13 opublikowanych prac naukowych w czasopismach o zasięgu międzynarodowym oraz jednej złożonej do czasopisma. W dalszym ciągu oceny prace te będą oznaczane zgodnie z przedstawionym przez Autora spisem publikacji w autoreferacie.

2. Ocena *osiągnięcia naukowego*

Habilitant przedstawił do oceny w postępowaniu habilitacyjnym *osiągnięcie naukowe* w postaci jednotematycznego zestawu prac zatytułowanego "*Stabilność transformacji obszarów ściśle pseudowypukłych*". Zestaw ten składa się z następujących siedmiu prac (numery pochodzą z listy publikacji dotyczących osiągnięcia naukowego w autoreferacie).

[A1] Arkadiusz Lewandowski, *Families of strictly pseudoconvex domains and peak functions*. J. Geom. Anal. 28 (3) (2018), 2466–2476.

[A2] Arkadiusz Lewandowski, *Parametrix for the localization of the Bergman metric on strictly pseudoconvex domains*. Arch. Math. 111 (5) (2018), 503–511.

[A3] Arkadiusz Lewandowski, *Strictly pseudoconvex domains and smoothly varying peak functions*. J. Math. Anal. Appl. 473 (2) (2019), 1073–1080.

[A4] Arkadiusz Lewandowski, *Peak functions and boundary behaviour of holomorphically invariant distances and metrics on strictly pseudoconvex domains.* Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5) Vol. XXI (2020), 89–106.

[A5] Arkadiusz Lewandowski, *Families of exposing maps in strictly pseudoconvex domains.* J. Geom. Anal. 31 (1) (2021), 697–714.

[A6] Arkadiusz Lewandowski, *Splitting lemma for biholomorphic mappings with smooth dependence on parameters.* J. Geom. Anal. 31 (6) (2021), 5783–5798.

[A7] Arkadiusz Lewandowski, *Exposing maps in strictly pseudoconvex domains with smooth dependence on parameters.* Proc. Amer. Math. Soc. 149 (11) (2021), 4881–4889.

Wszystkie prace wchodzące w skład osiągnięcia naukowego są samodzielnymi wynikami Habilitanta i są one już opublikowane. W związku z tym spełniony jest ustawowy wymóg aby dzieło było opublikowane w całości lub w zasadniczej części.

Motywem przewodnim *osiągnięcia naukowego* jest badanie stabilności odwzorowań eksponujących i funkcji szczytowych dla rodzin obszarów ściśle pseudowypukłych. Zagadnienia tego typu leżą w kręgu zainteresowań wielu matematyków na świecie, między innymi: Burnsa, Denga, Diedericha, Fornæsa, Gonga, Greeneña, Guana, Kerzmana, Kima, Kodairy, Krantza, Mahajana, Ohsawy, Rangego, Shidera, Vermy, Wellsa, Wolda, Zhanga. Habilitant w Autoreferacie dość dokładnie przedstawił wprowadzenie merytoryczne. Punktem wyjścia do dalszych badań Habilitanta są następujące wyniki:

K. Diederich, J.E. Fornæss, E.F. Wold. *Jeśli obszar G jest ściśle pseudowypukły o brzegu klasy C^2, to dla każdego $\zeta \in \partial G$ istnieje odwzorowanie eksponujące dla G w punkcie ζ.*

X. Gong, K.-T. Kim. *Jeśli obszar G jest ściśle pseudowypukły o brzegu klasy C^2, to każdy punkt $\zeta \in \partial G$ jest punktem szczytowym. Co więcej, istnieje otwarte otoczenie $\widehat{G}$ zbioru $\overline{G}$ i funkcja ciągła $f : \widehat{G} \times \partial G \to \mathbb{C}$ taka, że dla każdego $\zeta \in \partial G$, funkcja $f(\cdot, \zeta)$ jest szczytowa dla G w punkcie ζ.*

Powyższe wyniki prowadzą do naturalnego pytania dla rodziny obszarów ściśle pseudowypukłych.

Problem (F. Deng, Q. Guan, L. Zhang). Niech $\rho : \mathbb{D} \times \mathbb{C}^n \to \mathbb{R}$ będzie funkcją plurisubharmoniczną klasy C^k, $k \geq 2$, taką że dla każdego $t \in \mathbb{D}$ funkcja $\rho|_{\{t\}\times\mathbb{C}^n}$ jest ściśle plurisubharmoniczna i zbiór $G_t = \{w \in \mathbb{C}^n : \rho(t, w) < 0\}$ jest obszarem ściśle pseudowypukłym. Czy istnieją C^{k-2}-gładkie rodziny:
(A) $(h_{t,\zeta})_{t\in\mathbb{D},\zeta\in\partial G_t}$ - odwzorowań eksponujących dla G_t w punktach $\zeta \in \partial G$?
(B) $(f_{t,\zeta})_{t\in\mathbb{D},\zeta\in\partial G_t}$ - funkcji szczytowych dla G_t w punktach $\zeta \in \partial G$?

W pracach [A5] i [A7] Habilitant rozwiązał problem (A) przy dodatkowym geometrycznym założeniu o zbiorach G_t (twierdzenie 1.3 w [A5]). Dokładniej część (A) powyższego problemu zachodzi, gdy $k = 2$ i dla dowolnego $\sigma \in (0, 1)$ istnieje $R > 0$ takie, że $\bigcup_{t\in\sigma\overline{\mathbb{D}}} \overline{G}_t \subset\subset \mathbb{B}(0, R)$ oraz istnieje C^2-gładka rodzina $(\eta_{t,\zeta})_{t\in\overline{\mathbb{D}},\zeta\in\partial G_t}$ gładkich łuków $[0, 1] \mapsto \mathbb{C}^n$ taka, że

(i) $\eta_{t,\zeta}(0) = \zeta$, $\eta_{t,\zeta}(1) \in \mathbb{S}^{2n-1}(R)$;

(ii) $\eta_{t,\zeta}(x) \in \mathbb{C}^n \setminus (\overline{G}_t \cup \mathbb{S}^{2n-1}(R)$ dla wszystkich $x \in (0, 1)$, $t \in \sigma\overline{\mathbb{D}}$ oraz $\zeta \in \partial G_t$,

gdzie $\mathbb{B}(0, R)$ jest kulą otwartą w $\mathbb{C}^n$ o środku w punkcie 0 i promieniu R oraz $\mathbb{S}^{2n-1} = \partial\mathbb{B}(0, R)$.

W świetle wyników Denga, Fornæssa i Wold, Autor wyjaśnia dość dokładnie, że założenia (i) oraz (ii) są naturalne. Idea dowodu twierdzenia 1.3 w [A5] wzorowana jest na metodach Denga, Diederich, Fornæssa i Wold, jednak Autor musiał udowodnić własne wersje pewnego parametrycznego wariantu lematu Narasimhana, wariant parametrycznej teorii Andersena-Lemparta oraz parametryczną wersję wielowymiarowego twierdzenia aproksymacyjnego Margelyana. Wersje te są nietrywialne i ciekawe same w sobie.

W twierdzeniu 7.3 w pracy [A7] Autor dowodzi mocniejszą wersję powyższego twierdzenia, mianowicie, że odpowiedź na pytanie (A) jest pozytywna, a dokładniej istnieje rodzina odwzorowań eksponujących dla G_t w punktach ζ, $C^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor}$-gładka ze względu na wszystkie zmienne, przy założeniu że istnieje funkcja gładka $R : \mathbb{D} \to (0, +\infty)$ taka, że dla każdego $t \in \mathbb{D}$, $\overline{G}_t \subset\subset \mathbb{B}(0, R(t))$ oraz warunki (i) oraz (ii) zachodzą, gdy w miejsce R wstawimy $R(t)$ dla $t \in \mathbb{D}$. Idea dowodu twierdzenia 1.3 z pracy [A7] jest zbliżona do idei dowodu twierdzenia 1.3 z pracy [A5], jednak wymaga bardziej subtelnych narzędzi, między innymi wersji lematu Forstneriča o rozkładzie odwzorowań biholomorficznych bliskich identyczności z gładką zależnością od parametru ([A6], twierdzenie 1.3). Jest to uogólnienie wyniku Simona, jednak jego dowód podany przez Habilitanta wymagał bardziej subtelnych narzędzi i metod, mianowicie zastosował On nową metodę wykorzystującą operatory rozszerzenia Whitneya z parametrem oraz parametryczną wersję rozwiązania addytywnego problemu Cousina z oszacowaniami.

Prace [A1] oraz [A3] dotyczą funkcji szczytowych i rozwiązaniu problemu (B). Częściowe rozwiązanie problemu (B) Autor podaje w twierdzeniu 1.3 w pracy [A1]. Pełne rozwiązanie problemu (B) dowodzi w twierdzeniu 1.2 w pracy [A3]. Mianowicie:

Niech ρ oraz $(G_t)_{t \in \mathbb{D}}$ będą takie jak w problemie. Wówczas dla każdego $t \in \mathbb{D}$ istnieje obszar $\widehat{G_t}$ zawierający $\overline{G_t}$, istnieje otoczenie W_t zbioru ∂G_t oraz istnieją funkcje $f_{t,\zeta} \in \mathcal{O}(\widehat{G_t})$, $\zeta \in W_t$ takie, że $f_{t,\zeta}$ są funkcjami szczytowymi dla G_t w punktach ζ. Ponadto rodzina $(f_{t,\zeta})_{t \in \mathbb{D}, \zeta \in \partial G_t}$ jest C^{k-2} gładka.

Dowód tego twierdzenia Autor uzyskuje podobnie jak w pracy [A1], jednak musi użyć mocniejszych metod badawczych, między innymi do konstrukcji funkcji $f_{t,\zeta}$ musi użyć rozwiązań pewnych subtelnych problemów $\overline{\partial}$.

Prace [A2] i [A4] poświęcone są zastosowaniu funkcji szczytowych. W pracy [A4] Autor wykorzystując wyniki z pracy [A1], dowodzi pewną wersję twierdzenia aproksymacyjnego dla ograniczonych funkcji holomorficznych określonych blisko punktu brzegowego obszaru ściśle pseudowypukłego (twierdzenie 1.7). Twierdzenie to jest wzmocnieniem twierdzenia Grahama-Kerzmana. W twierdzeniu 1.9 w [A4] podaje wersję powyższego wyniku dla interpolacji w kilku punktach. W pracy [A2], w twierdzeniu 1.4 dowodzi wersję twierdzenia 1.7 z [A4] dla funkcji holomorficznych całkowalnych z kwadratem.

Stosując wyniki pracy [A1] oraz twierdzenie 1.7 z pracy [A4], Habilitant uzyskuje ciekawe wyniki dotyczące stabilności własności lokalnych pseudometryki Carathéodory'ego-Raiffena (propozycja 3.1 w pracy [A4]) oraz pseudometryki Kobayashiego-Roydana (propozycja 3.2 w pracy [A4). Uogólnia również oszacowania z góry i z dołu dla pseudometryki Kobayashiego uzyskane przez Forstneriča i Rosaya na przypadek rodzin obszarów ściśle pseudowypukłych (propozycja 3.5 w pracy [A4]). W szczególności objął tymi oszacowaniami część rezultatów jakie uzyskali Mahajan i Verma. Wykazał też oszacowania tego typu dla pseudometryki Caratheodory'ego (propozycja 3.3 z pracy [A4]) oraz dla pseudometryki Kobayashi'ego (propozycja 3.9 w [A4]). W pracy [A2], w twierdzeniu 1.3 uzyskał pewien wynik dotyczący stabilności własności lokalnych metryki Bergmana dla rodzin obszarów ściśle pseudowypukłych.

Autoreferat napisany jest bardzo dobrze, przytoczone są tam wszystkie definicje i twierdzenia potrzebne do zrozumienia omawianych zagadnień. Niemniej jednak trudno było znaleźć pozycję [10] w spisie literatury.

Najważniejszymi i najistotniejszymi w osiągnięciu naukowym Habilitanta, według piszącego opinię, są wyniki prac [A3], [A4], [A6] i [A7] oraz rozwinięcie metod badania odwzorowań eksponujących oraz funkcji szczytowych z przypadku jednego obszaru ściśle pseudowypukłego na przypadek rodzin zbiorów ściśle pseudowypukłych. Powyżej omówione wyniki są istotne, leżą w nurcie aktualnie prowadzonych badań w Polsce i na świecie. Dotyczą one kluczowych i trudnych problemów analizy zespolonej. Uzyskane wyniki znajdą z pewnością trwałe miejsce w analizie zespolonej. Zostały one uzyskane stosunkowo niedawno. Stąd być może wynika obecna, stosunkowo mała liczba cytowań prac Habilitanta przez innych autorów. Na uwagę zasługuje fakt, że większość prac wchodzących do osiągnięcia naukowego zostało uzyskanych w ramach kierowanego przez Niego grantu Sonata finansowanego przez NCN.

Według mnie, *osiągnięcie naukowe* dr Arkadiusz Lewandowskiego ma wysoką rangę naukową, co bardzo dobrze uzasadnia staranie o nadanie stopnia doktora habilitowanego. Bez żadnych wątpliwości można stwierdzić, że osiągnięcie naukowe stanowi znaczny wkład Autora w rozwój matematyki, a dokładniej w rozwój analizy zespolonej.

3. Ocena pozostałego dorobku naukowego

Pozostały dorobek naukowy Habilitanta składa się z siedmiu publikacji oznaczonych w Autoreferacie [O1] – [O7].

Praca [O1] napisana jeszcze w trakcie studiów magisterskich Kandydata dotyczy całkowalności w sencie Lebesgue'a funkcji całkowalnej w sensie Henstocka-Kurzeweila.

Prace [O2], [O3] i [O4] dotyczą rozszerzania funkcji holomorficznych i były podstawą rozprawy doktorskiej Habilitanta. Rozwinięto w niej teorię funkcji oddzielnie holomorficznych na tak zwanych krzyżach w produktach kartezjańskich rozmaitości zespolonych i zespolonych przestrzeni analitycznych. Uogólniono w nich wyniki dotyczące rozszerzania funkcji oddzielni holomorficznych Alehyane i Zariahi, Jarnickiego i Pfluga oraz Siciaka. W pracy [O4] opisano obwiednie holomorficzności pewnych $\mathscr{A}$-krzyży. Wyniki te mogą doprowadzić do nowych kierunków badań obwiedni holomorficznych i obszarów holomorficzności.

W pracy [O5] udowodniono twierdzenie o ciągłości systemów holomorficznie kontraktywnych względem ciągów obszarów zbieżnych względem odległości Hausdorffa.

W pracy [O6] Autor dowodzi ciekawe twierdzenie o aproksymacji funkcjami całkowitymi dowolnej funkcji ciągłej na prostej rzeczywistej $\mathbb{R} \times \{0\}^{2n-1} \subset \mathbb{C}^n$ z dołączoną przeliczalną rodziną parami rozłącznych kul domkniętych o środkach na tej prostej, których ciąg środków dąży do nieskończoności i holomorficznej we wnętrzu tego zbioru.

Praca [O7] jest kontynuacją pracy [A6]. Dotyczy ona rozkładu odwzorowań biholomorficznych bliskich identyczności z ciągłą zależnością od parametru dla rodziny obszarów pseudowypukłych.

Prace te dobrze wpisują się w nurt badań analizy zespolonej. Zawarte w nich wyniki są niebanalne, nowe, dotyczą ważnych i trudnych zagadnień analizy zespolonej. Z pewnością znajdą one trwałe miejsce w analizie i innych dziedzinach matematyki.

4. Ocena aktywności naukowej realizowanej w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej

Dr Arkadiusz Lewandowski odbył roczny staż podoktorski w 2014-2015 w University of Iceland, Science Institute, Reykjavik, Islandia. Wcześniej w 2013 roku przebywał tam przez miesiąc. Zrealizował też wiele innych pobytów zagranicznych: w Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, Oldenburg, Niemcy, 3 miesiące w 2011 roku, 3 miesiące w 2012 roku, 2 tygodnie w 2017 roku i 3 tygodnie w 2019 roku; Université Paul Sabatier, Toulouse, Francja, 1 tydzień w 2013 roku; University of Ljubljana, Ljubljana, Słowenia, 1 tydzien w 2019 roku. Wygłosił referaty na 18 konferencjach międzynarodowych, w większości zagranicznych, w tym jeden wykład plenarny. Zrealizował jeden grant dziekański w ramach dotacji celowej dla młodych naukowców MNiSW, jest kierownikiem realizowanego obecnie Grantu NCN (Sonata). Uczestniczył w międzynarodowym Projekcie Doktoranckim finansowanym z EFS w latach 2010-2013. Jak zaznacza w Autoreferacie, wyjazdy te i realizowane granty w znacznym stopniu wpłynęły na Jego rozwój naukowy.

W zakresie omawianej wyżej aktywności ocena jest zdecydowanie pozytywna.

5. Ocena osiągnięć dydaktycznych, organizacyjnych i popularyzujących naukę

Dr Arkadiusz Lewandowski prowadził na Uniwersytecie Jagiellońskim następujące zajęcia dydaktyczne (także dla studentów matematyki teoretycznej): z analizy matematycznej, funkcji analitycznych, teorii miary i całki, równań różniczkowych, teorii mnogości i informatyki. Na Akademii Górniczo-Hutniczej prowadził zajęcia z analizy matematycznej, równań różniczkowych, rachunku prawdopodobieństwa i statystyki. Prowadził też tutoring w ramach Studiów Matematyczno-Przyrodniczych n Uniwersytecie Jagiellońskim.

Habilitant udziela się również na polu organizacyjnym. Brał udział w organizacji dwóch konferencji: Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich w stulecie PTM, Kraków 2019, oraz Conference on Several Complex Variables on the occasion of Professor Józef Siciak's 80th birthday, Kraków 2011. W ramach popularyzacji nauki wygłosił wykład "Wielcy polscy matematycy - tajemnice Enigmy", Brzeszcze 2016. Prowadził warsztaty w ramach Dnia Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w 2019 i 2020 roku. Prowadził też zajęcia w ramach warsztatów dla Narodowego Funduszu na rzecz Dzieci w 2019 roku.

Ocena tej działalności Habilitanta wypada pozytywnie.

6. Konkluzja

Zbierając powyższe uwagi i oceny, stwierdzam, że dr Arkadiusz Lewandowski jest matematykiem o dużym zasobie wiedzy w zakresie jego działalności naukowej, a powierzone mu zajęcia dydaktyczne pozwalają sądzić, że wiedza ta sięga znacznie szerzej. Co prawda *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek nie znalazły jeszcze należytego uznania i oddźwięku w badaniach naukowych innych matematyków lecz należy to przypisać temu, że zostały one uzyskane stosunkowo niedawno. Wymogi ustawowe dotyczące Impact Factor uważam za spełnione.

Uważam, że zarówno *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek naukowy wraz z dorobkiem dydaktycznym, popularyzatorskim i w zakresie współpracy międzynarodowej Pana dr. Arkadiusza Lewandowskiego spełniają wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z 2003 r. (Dz.U. 2016 poz. 882 z późn. zm.). Z pełnym przekonaniem popieram nadanie Mu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.

Łódź, 29 marca 2022 r.

S. Spodzieja

....

Stanisław Spodzieja