Autoreferat

15 II 2023

1. Imię i nazwisko: Zalán Gyenis

2a. Dyplomy i stopnie:

1. **doktorat z matematyki** (2013), specjalność: logika, *summa cum laude*
   Tytuł: Finite categoricity and Non-atomicity of free algebras
   Uniwersytet Środkowoeuropejski, Budapeszt, Węgry
2. **magisterium z czystej matematyki** (2008)
   Uniwersytet Loránda Eötvösa, Budapeszt, Węgry

2b. Inne wykształcenie:

1. (2011) staż jako **Visiting Fellow**, Rutgers University, New Jersey, USA
2. (2011) szkoła letnia **Set Theory and Higher Order Logic**, Birkbeck College, University of London
3. (2010) warsztaty **Young Set Theory Workshop**, Kurt Gödel Research Center, Wiedeń
4. (2008) szkoła letnia **Probabilistic Causality**, Uniwersytet Środkowoeuropejski, Budapeszt

3. Zatrudnienie:

1. (2017 – do dzisiaj) **Adiunkt**, Instytut Filozofii, Uniwersytet Jagielloński, Kraków
2. (2016 – 2017) **MTA Premium Postdoctoral Fellow**, Zakład Logiki, Uniwersytet Loránda Eötvösa
3. (2015 – 2016) **Postdoctoral Fellow**, Uniwersytet Techniczno-Ekonomiczny w Budapeszcie
4. (2013 – 2015) **MTA Postdoctoral Fellow**, Instytut Matematyki Alfréda Rényi, Węgierska Akademia Nauk
5. (2007 – 2013) **prowadzący zajęcia na umowę**, Uniwersytet Loránda Eötvösa oraz Uniwersytet Techniczno-Ekonomiczny w Budapeszcie

4. Opis osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2021 r. poz. 478 z późn. zm.):

Podstawą dla tych osiągnięć jest poniższy cykl powiązanych tematycznie artykułów:

[H1] Z. Gyenis, M. Rédei, *Having a look at the Bayes Blind Spot*, **Synthese**, 198(4), 3801-3832, 2021

[H2] Z. Gyenis, *Standard Bayes logic is not finitely axiomatizable*, **Review of Symbolic Logic**, 13(2), 326-337, 2020

[H3] W. Brown, Z. Gyenis, M. Rédei, *The modal logic of Bayesian belief revision*, **Journal of Philosophical Logic**, 48(5), 809-824, 2019

[H4] Z. Gyenis, *On the modal logic of Jeffrey conditionalization*, **Logica Universalis**, 12(3), 351-374, 2018

[H5] Z. Gyenis, M. Rédei, *General properties of Bayesian learning as statistical inference determined by conditional expectations*, **Review of Symbolic Logic**, Vol. 10, Issue 4, pp. 719-755, Dec. 2017

Pięć wskazanych tekstów poświęconych jest bayesiańskiej teorii uczenia się (*Bayesian learning theory*). W zarysie, w artykułach badane są ogólne cechy bayesiańskiego uczenia się (warunkowania / rewizji przekonań) z perspektywy teorii relacji i logiki modalnej. Stosując metody formalne do analizy zarówno tradycyjnych problemów filozofii nauki, jak i nowych, które pojawiają się w związku ze współczesną nauką, teksty te wpisują się w aktualny trend na polu filozofii nauki. Wykorzystanie narzędzi formalnych pozwala skutecznie rozważyć wiele problemów filozoficznych; problemy te z kolei wpływają na matematykę, kierując uwagę badaczy na pytania z zakresu czystej matematyki. Jednym z kluczowych pytań w uprawianej przeze mnie dziedzinie refleksji jest to, czy warunkowanie bayesiańskie jest trafnym podejściem do rewizji przekonań i czy może stanowić sedno modelu naukowego potwierdzenia (i podważania). Zgodnie z uogólnionym modelem probabilistycznej rewizji przekonań podmiot uaktualnia swoje pierwotne prawdopodobieństwa (stopnie przekonań) przy użyciu jakieś reguły rewizji na podstawie nowych informacji (świadectw, *evidence*). W szczególności, w przypadku bayesiańskiej rewizji przekonań świadectwem jest sąd (formalnie: zdarzenie z przestrzeni mierzalnej), a regułą rewizji jest warunkowanie wyjściowej miary probabilistycznej na wskazane świadectwo przy użyciu standardowej formuły ilorazowej.[1]

Pierwszy artykuł z cyklu, [H5], dotyczy ogólnych cech *ogólnego* bayesiańskiego uczenia się. Do podjęcia tych badań skłoniła nas obserwacja, że interesujące nas cechy bayesiańskiego uczenia się nie były w bayesiańskiej literaturze rozważane na zadowalającym nas poziomie ogólności.[2] W tekście tym głosimy stanowisko, iż właściwym narzędziem formalnym do przeprowadzania warunkowania bayesiańskiego jest teoria warunkowych wartości oczekiwanych. Pojęcie warunkowej wartości oczekiwanej wprowadził do teorii prawdopodobieństwa Kołmogorow w 1933, razem ze swoją aksjomatyzacją owej teorii, czyniącą ją częścią teorii miary. Zarówno podstawową regułę Bayesa (czasem zwaną "ścisłym warunkowaniem" (*strict conditionalization*), jak i warunkowanie Jeffreya (znane również jako "kinematyka prawdopodobieństwa" (*probability kinematics* [16]) można uzyskać jako szczególne przypadki warunkowania wykorzystując teorię warunkowych wartości oczekiwanych. Zaskakujące nieco jest, iż ten drugi fakt nie wydaje się być szeroko znany: sam Jeffrey, wprowadzając swoją regułę w [16], nie odnosi się do teorii warunkowych wartości oczekiwanych, a z kolei standardowe pozycje z literatury matematycznej poświęconej prawdopodobieństwu ([10], [2], [19], [3], [18]), rozważając pojęcie warunkowej wartości oczekiwanej nie wspominają o regule Jeffreya.

Do przeprowadzania warunkowania bayesiańskiego opartego na technice warunkowych wartości oczekiwanych kluczowa jest dwuargumentowa relacja, którą nazywamy "relacją bayesiańskiej dostępności". Interpretujemy ją w taki oto sposób: jeśli jeden stan jest bayesiańsko dostępny z innego, to podmiot bayesiański może uzyskać ten pierwszy stan na drodze wnioskowania w oparciu o świadectwa przedstawione przez ten drugi, gdzie wnioskowanie owo jest pojedynczym bayesiańskim warunkowaniem wykorzystującym technikę warunkowych wartości oczekiwanych, wyznaczonym przez pierwotne prawdopodobieństwo podmiotu (*agent's background probability*). W tak ogólnym podejściu, charakteryzacja relacji bayesiańskiej dostępności sprowadza się więc do charakteryzacji bayesiańskiego uczenia się w oparciu o ustaloną miarę wyjściową (*background measure*).

Przy użyciu relacji bayesiańskiej dostępności można zdefiniować relację łączącą stan wyznaczony jakąś miarą probabilistyczną nie ze świadectwami, na podstawie których można ów stan osiągnąć poprzez warunkowanie z ustalonej miary wyjściowej, ale z miarą wyjściową, z której można ów stan

[1] Jeśli świadectwo to E, miara wyjściowa to P, miara po rewizji to P', zaś $P(E) > 0$, to dla każdego A: $P'(A) = P(A|E) = {}^{P(AE)}/_{P(E)}$.

[2] Wśród monografii dotyczące bayesianizmu należy wskazać [15], [5], [23]; jeśli chodzi o artykuły dotyczące fundamentalnych aspektów bayesianizmu, patrz [14], [12], [11], [22], [8], [9], [13], [21].

osiągnąć dzięki warunkowaniu na jakieś świadectwa. Relację tę nazywamy "relacją *prior-posterior*" (RPP). RPP odzwierciedla inny aspekt uogólnionego bayesiańskiego uczenia się. Opis cech relacji bayesiańskiej dostępności oraz RPP stanowi charakteryzację bayesiańskiego uczenia się w oparciu o pojęcie warunkowej wartości oczekiwanej jako ogólnego narzędzia wnioskowania. Cel ten osiągnęliśmy w [H5]; przedstawię teraz wyniki rozważań zawarte w artykule.

Relacja bayesiańskiej dostępności jest trywialnie zwrotna – każdy stan jest trywialnie osiągalny z samego siebie. Pierwszy nietrywialny rezultat artykułu to fakt, iż relacja ta jest antysymetryczna. Z tego wynika, że przestrzeń stanów *nie* jest silnie bayesiańsko spójna (*strongly Bayes connected*): *żadne* dwa odmienne stany nie są bayesiańsko dostępne z siebie nazwajem. Innymi słowy, w bayesiańskie uczenie się wbudowana jest swoista kierunkowość: jeśli jakiś stan może być osiągnięty z innego, odzwierciedlającego świadectwa, to relacja odwrotna nie zachodzi: uczenie się "w odwrotnym kierunku" jest niemożliwe. Wydaje się to być intuicyjnie atrakcyjną cechą bayesiańskiego uczenia się: to, czego możemy dowiedzieć się dzięki świadectwom nie może samo stanowić świadectwa, dzięki któremu moglibyśmy dowiedzieć się o tych pierwszych świadectwach (*learn the evidence itself*).

Zadaliśmy następnie pytanie o *słabą* bayesiańską spójność: czy faktem jest, że *każdy* stan jest bayesiańsko dostępny z *jakiegoś innego* stanu? Słaba bayesiańska spójność oznaczałaby, że dla każdej miary probabilistycznej istnieje świadectwo, na podstawie którego podmiot bayesiański mógłby osiągnąć ową miarę dzięki warunkowaniu na ustaloną wyjściową funkcję przekonaniową. Złamanie tego warunku oznaczałoby, że, przy ustalonej wyjściowej mierze podmiotu bayesiańskiego, istnieją stany (miary probabilistyczne) nieosiągalne dla podmiotu dzięki wnioskowaniu bayesowskiemu niezależnie od tego, jakie udostępni mu się świadectwa. Słaba bayesiańska spójność przestrzeni stanów byłaby więc oznaką siły bayesiańskiego uczenia się – złamanie tego warunku spójności nakładałoby w danym kontekście na bayesiańskie uczenie się istotne ograniczenie. Udało nam się podać charakteryzację słabej bayesiańskiej spójności przestrzeni stanów. Dzięki temu wykazaliśmy, że przestrzenie stanów związane ze *standardowymi* przestrzeniami probabilistycznymi *nie* są słabo spójne. Do grona standardowych przestrzeni probabilistycznych zaliczyliśmy właściwie wszystkie przestrzenie wykorzystywane w zastosowaniach teorii prawdopodobieństwa; w szczególności, za standardowe uznaliśmy przestrzenie ze skończoną liczbą zdarzeń oraz przestrzenie w których prawdopodobieństwo zadane jest gęstością z uwagi na miarę Lebesgue'a. W rzeczy samej pokazaliśmy więcej: w przypadku dowolnej standardowej przestrzeni probabilistycznej istnieje *nieprzeliczalnie wiele* miar probabilistycznych niedostępnych dla podmiotu bayesowskiego. Zauważmy, że skoro warunkowanie odbywa się na zasadach teorii warunkowych wartości oczekiwanych, a nie za pomocą prostej reguły Bayesa, istnienie stanów bayesiańsko niedostępnych nie ma związku ze znanym faktem, iż miara uzyskana z innej za pomocą prostej reguły Bayesa musi przyjmować wartość zero ilekroć wyjściowa miara przyjmuje wartość zero, z którego to powodu wiele miar jest niemożliwych do uzyskania za pomocą warunkowania z innych miar przy użyciu prostej reguły Bayesa. Każdy z owych nieprzeliczenie wielu bayesiańsko niedostępnych stanów egzemplifikujących fałsz słabej bayesiańskiej spójności standardowych przestrzeni probabilistycznych jest absolutnie ciągły z uwagi na wyjściowe prawdopodobieństwo podmiotu (*Agent's background probability*).

Następnie udowodniliśmy twierdzenie, które charakteryzując słabą bayesiańską spójność umożliwia sformułowanie warunku wystarczającego na to, by przestrzeń stanów była słabo bayesiańsko spójna. Wykorzystując ten warunek podaliśmy przykład przestrzeni probabilistycznej, której przestrzeń stanów jest słabo bayesiańsko spójna. Znaczenie tej przestrzeni dla ogólnego zagadnienia bayesiańskiego uczenia się może być jednakże znikome, gdyż liczność algebry Boole'a owej przestrzeni stanów znacznie przekracza liczność continuum. Jedynie podmioty bayesiańskie potrafiące rozpatrywać ogromną liczbę sądów mogłyby być w stanie dysponować stopni przekonań w kwestii każdego sądu z tak dużego zbioru. Nieoczywiste jest, czy pod pojęcie podmiotu bayesiańskiego powinny w ogóle podpadać podmioty o tak nadzwyczajnych zdolnościach mentalnych. Do zwykłych przykładów modelowania probabilistyczną wystarczy pojęcia podmiotu bayesiańskiego o znacznie skromniejszych mocach mentalnych. W takich przypadkach jednak, ogólnie rzecz biorąc, pewne stany będą dla podmiotu niedostępne za pomocą wnioskowania bayesiańskiego.

Niezachodzenie warunku słabej bayesiańskiej spójności prowadzi do pytania o to, czy tego typu przestrzenie stanów są słabo bayesiańsko *uspójnialne* (*connectable*): czy dla każdego stanu (w szczególności, dla stanu, który nie jest bayesiańsko dostępny z żadnego innego stanu w danym modelu probabilistycznym) istnieje bogatsza teoria probabilistyczna, w którą teorię pierwotną można zanurzyć (*embed*) w taki sposób, że ów niedostępny bayesiańsko stan staje się bayesiańsko dostępny z *jakiegoś* stanu w bogatszej przestrzeni. Wykazaliśmy, że przestrzenie stanów są słabo bayesiańsko uspójnialne. Rezultat ten uogólnia wyniki osiągnięte przez Diaconisa i Zabella dla prostej reguły Bayesa oraz warunkowania Jeffreya ([7]).

Słaba bayesiańska uspójnialność przestrzeni stanów oznacza, że wszystkiego, co w kontekście danej przestrzeni probabilistycznej podmiot bayesiański jest w stanie wyrazić, podmiot ów może *co do zasady* się nauczyć za pomocą bayesiańskiej rewizji przekonań – pod warunkiem, że wolno mu w spójny sposób poszerzać dziedzinę, na której określone są jego stopnie przekonań. Scenariusze, w których jest to możliwe, określamy mianem scenariuszy "ulepszania [przestrzeni] za pomocą nieograniczonych świadectwa" (*"Unlimited Evidence Upgrading" scenarios*), w odróżnieniu od scenariuszy "ulepszania za pomocą ograniczonych świadectwa", w których świadectwa dostępne podmiotowi muszą pochodzić ze zebioru wszystkich stanów na danym zbiorze zmiennych losowych. W warunkach ulepszania za pomocą nieograniczonych świadectw podmiot bayesiański dysponuje potencjalnie nieograniczonymi zdolnościami bayesiańskiego uczenia się.

Słaba bayesiańska uspójnialność przestrzeni stanów prowadzi do pytania o to, czy owe przestrzenie są *mocno* bayesiańsko uspójnialne: czy to prawda, że każdy stan można uczenić bayesiańsko dostępnym z dowolnego innego poprzez zanurzenie ich w większej przestrzeni stanów. Problem ten pozostał w [H5] otwarty.

Wykazaliśmy również, że relacja bayesiańskiej dostępności *nie jest* przechodnia. Fakt ten czyni nietrywialną następującą definicję: dany stan jest *skończenie* bayesiańsko dostępny z innego jeśli można go zeń uzyskać jako wynik skończonej liczby kolejnych warunkowań (*conditionalizations*). Skończoną bayesiańską dostępność interpretujemy tak, że podmiot może rzeczywiście bayesiańsko uczyć się na błędach i wykorzystywać informacje zwrotne: dzięki świadectwom podmiot może osiągnąć skończenie bayesiańsko osiągalny stan w kilku krokach, za każdym razem poprawiając uprzednio osiągnięty stan biorąc pod uwagę informacje potwierdzające trafność niektórych wywnioskowanych już prawdopodobieństw, przy utrzymaniu stałej miary wyjściowej. Z perspektywy tak pojmowanego procesu uczenia się, brak przechodniości bayesiańskiej dostępności oznacza, że o ile podmiot bayesiański może uzyskać dany stan dzięki rozpoczęniu procesu uczenia się od stosownych świadectwi, a następnie wykonaniu kilku kolejnych operacji warunkowania biorących pod uwagę informacje zwrotne, w ogólności nie będzie w stanie pójść "na skróty", zastępując ów łańcuch czynności jedną bayesiańską operacją: "w uczeniu się nie ma drogi królewskiej".

Relacja prior-posterior jest identyczna z relacją absolutnej ciągłości między miarami probabilistycznymi; jest więc zwrotna, przechodnia, nie jest symetryczna i nie jest antysymetryczna. Zadaliśmy pytanie, czy zbiór miar probabilistycznych na σ-algebrze jest słabo spójny z uwagi na relację prior-posterior: czy prawda jest, że dla dowolnej miary probabilistycznej na σ-algebrze istnieje inna, mogąca służyć za źródło, z którego podmiot bayesiański uzyska ową pierwszą miarę w nietrywialny sposób dzięki jakimś świadectwom? Problem ten w pełnej ogólności pozostał otwarty. Udało nam się jednak wskazać pewne warunki, w których stosowne prawdopodobieństwo wyjściowe istnieje. Owe warunki mogą zachodzić w przestrzeniach mierzalnych ze skończoną algebrą Boole'a, a także w przestrzeniach, w których prawdopodobieństwa zadane są jakąś gęstością z uwagi na miarę Lebesgue'a. Zatem, w standardowych przypadkach, gdzie podmiot miałby uzyskać (*learn*) jakąś miarę probabilistyczną, istnieje podmiot bayesiański dysponujący pewnym wyjściowym prawdopodobieństwem, który rzeczywiście może uzyskać ową miarę dzięki pewnym świadectwom. Z kolei niezachodzenie warunków słabej bayesiańskiej spójności (również w wersji skończonej, *finite weak Bayes connectedness*) w przestrzeniach stanów oznacza, że wyjściowe prawdopodobieństwo, jakim dysponuje podmiot bayesiański, wymusza niemożność uzyskania (*learn*) przez niego wielu innych prawdopodobieństw. Wskazuje to na kluczową wagę, jaką w bayesiańskim uczeniu się odgrywa prawdopodobieństwo wyjściowe: podmiotowi bayesiańskiemu zawsze towarzyszy miara probabilistyczna oznaczająca jego wyjściowe przekonania (*background beliefs*). Niezależnie od tego, jak dokładnie one wyglądają, zawsze istnieć będzie nieprzeliczalnie wiele miar probabilistycznych (absolutnie ciągłych z uwagi na *prior* podmiotu), których podmiot nie będzie w stanie uzyskać warunkowaniem, niezależnie od dostępnych mu świadectw. Zbiór owych bayesiańsko niedostępnych stanów jest "martwym polem" (*blind-spot*) tego podmiotu; istnienie takich martwych pól stanowi naszym zdaniem dla bayesianizmu poważny problem. Cechy bayesiańskich martwych pól badamy w artykule [H1].

Artykuły [H4], [H3] i [H2] poświęcone są modalno-logicznym cechom wspomnianej wyżej, a wprowadzonej w [H5] relacji bayesiańskiej dostępności. Literatura logiczna zawiera wiele analiz logicznych aspektów bayesiańskiego uczenia się i jego uogólnień; na tę okoliczność wprowadzono wiele niemodalnych i modalnych logik, jak np. logika epistemiczna, logika dynamiczna dla rewizji przekonań (van Benthem [20]), postulaty AGM [1], logiki probabilistyczne (np. [17]), logiki warunkowe (*conditional logics*) i wiele innych [4, 6]. Zwyczajem w tej literaturze jest modelowanie przekonań za pomocą zbiorów formuł wyznaczonych przez składnię danej logiki, zaś aksjomaty dotyczące modalności mają określać, w jaki sposób reprezentowane przez formułę przekonanie powinno się zmienić w obliczu nowych informacji i świadectw.

Z tej perspektywy cele, które przyświecały nam w artykule [H3] były znacząco odmienne. Zamiast usiłować wskazać rozsądny zbiór aksjomatów mający chwytać pożądane cechy wnioskowania statystycznego, przyjęliśmy standardowy bayesiański model i podjęliśmy jego badania z czysto logicznej perspektywy. Zaczynając od zbioru modeli bayesiańskich (czyli przestrzeni probabilistycznych razem z relacją bayesiańskiej dostępności na zbiorze stanów), wprowadziliśmy "logiki Bayesa", aby badać logiczne cechy bayesiańskiej rewizji przekonań. Motorem były dla nas dwie obserwacje. Po pierwsze, logiczne aspekty tego typu zmiany przekonań nie były do tej pory badane z perspektywy logiki modalnej, która naszym zdaniem naturalnie wyłania się w kontekście bayesiańskiej rewizji przekonań. Po drugie, bayesiańskie wnioskowanie probabilistyczne jest ważne nie tylko dla rewizji przekonań: warunkowanie bayesiańskie jest standardową, szeroko stosowaną regułą wnioskowania również w sytuacjach, w których prawdopodobieństwo nie jest interpretowane jako subiektywny stopień przekonania, zamiast tego reprezentując obiektywne cechy świata. Badania nad logicznymi cechami tego typu wnioskowania probabilistycznego powinny zatem interesować nie tylko badaczy rewizji przekonań.

Główny rezultat przedstawiony w [H3] to fakt, iż logika bayesiańska wyznaczona przez skończone przestrzenie probabilistyczne *nie jest* skończenie aksjomatyzowalna. Waga tego wyniku nie powinna budzić wątpliwości, wskazuje on bowiem na istotne ograniczenia aksjomatycznych podejść do rewizji przekonań. Skończona aksjomatyzowalność logik bayesiańskich w ogólności pozostała otwartym problemem; w [H2] poczyniliśmy pewne kroki w kierunku jego rozwiązania.

Wykorzystując analogiczne strategie argumentacyjne, artykuł [H4] kontynuuje badania rozpoczęte w [H5] i [H3], analizując logiczne aspekty rewizji przekonań opartch o warunkowanie *Jeffreya*. Tekst ten w 2018 zdobył nagrodę *Alfred Tarski Logic Prize*. Wykorzystując jako narzędzie do przeprowadzania warunkowania ogólniejszą formułę Jeffreya, badamy odpowiadające temu podejściu logiki modalne, które nazywamy "logikami Jeffreya", koncentrując się głównie na przypadku przeliczalnym. Udało się nam ustalić relacje zawierania między tymi logikami, a także wykazać, że logiki odpowiadające rewizjom Bayesa i Jeffreya są do siebie bardzo zbliżone. Pokazaliśmy też, że modalna logika rewizji przekoanń wyznaczona przez prawdopodobieństwa na skończonym lub przeliczalnie nieskończonym zbiorze sądów elementarnych *nie jest skończenie aksjomatyzowalna*.

Artykuł [H2] idzie krok dalej, jeśli chodzi o badanie hierarchii logik modalnych wprowadzonych dla uchwycenia logicznych cech bayesiańskiej rewizji przekonań. Łącząc znajdujące się w hierarchii logiki modalne z logikami modalnymi ramek Miedwiediewa udało się pojazać, że modalna logika bayesiańskiej rewizji przekonań wyznaczona przez prawdopodobieństwa na standardowych przestrzeniach Borela również nie jest skończenie aksjomatyzowalna. Z punktu widzenia zastosowań przestrzenie Borela są najważniejsze; nasze wyniki z [H2] uogólniają wszystkie wnioski z [H3].

Filozoficzna waga rezultatów przedstawionych w [H4], [H3] i [H2] jest następująca: mówią one nam, iż nie istnieje skończony zbiór formuł, z którego można by wywieść wszystkie ogólne prawa bayesiańskiej rewizji przekonań i bayesiańskiego uczenia się. Z racji wielu zastosowań są to z kolei jedne z najważniejszych przykładów probabilistycznych rewizji przekonań. Dzięki naszym rezultatom wiemy, że logika rewizji przekonań nie można zostać uchwycona skończonym zbiorem aksjomatów. Jeśli zaś aksjomatyczne podejście do rewizji przekonań nie potrafi scharakteryzować logiki nawet najprostszej, wzorcowej formy rewizji przekonań, rzuca to cień na ogólny projekt mający na celu aksjomatyzowanie systemów rewizji przekonań.

Na koniec, w artykule [H1] zwróciliśmy się ku cechom bayesiańskich martwych pól (wprowadzonych i wstępnie zbadanych w [H5]). Bayesiańskie martwe pole podmiotu bayesiańskiego to zbiór miar probabilistycznych, których podmiotów ów nie może osiągnąć (*learn*) warunkowaniem niezależnie od tego, jakie (być może niepewne) świadectwa posiada. W [H1] pokazaliśmy, że bayesiańskie martwe pole stanowi bardzo duży zbiór: ma liczność równą zbiorowi wszystkich miar probabilistycznych (continuum); ma tę samą miarę, co zbiór wszystkich miar probabilistycznych; jest również dużym zbiorem w sensie naturalnej topologii nałożonej na zbiór wszystkich miar probabilistycznych. Wyniki te przysłużyły się lepszemu rozumieniu roli, jaką dla bayesiańskiego uczenia się odgrywa prawdopodobieństwo wyjściowe (*prior*); a ogólniej, roli, jaką owo prawdopodobieństwo odgrywa w każdym zastosowaniu teorii prawdopodobieństwa wykorzystującym warunkowanie. Jednym z morałów z powyższych rozważań jest istnienie bardzo silnych ograniczeń na to, ile można się nauczyć za pomocą pojedynczej operacji wnioskowania probabilistycznego przy danym prawdopodobieństwie wyjściowym. Stanowi to kłopot dla obiektywnego bayesianizmu, który stara się we wnioskowaniu probabilistycznym uniknąć arbitralnej subiektywności; co więcej, im większy rozmiar martwego pola, tym większy jest to kłopot, gdyż tym mniej można się dowiedzieć dzięki warunkowaniu. Wspomiany już duży rozmiar bayesiańskiego martwego pola można więc traktować jako wspierający argumenty przeciwko stosowaniu warunkowania (Bayesa lub Jeffreya) w kontekście obiektywnego bayesianizmu w wersji Williamsona.

Literatura

[1] C. Alchourron, P. Gärdenfors, and D. Makinson, "On the logic of theory change: partial meet contraction and revision functions," *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 50, pp. 510–530, 1985.

[2] P. Billingsley, *Probability and Measure.* New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, Third ed., 1995.

[3] V. Bogachev, *Measure Theory*, vol. II. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2007.

[4] G. Bonanno. *A simple modal logic for belief revision.* Synthese Vol. 147, No. 2, Knowledge, Rationality and Action (Nov., 2005), pp. 193-228

[5] L. Bovens and S. Hartmann, *Bayesian Epistemology.* Oxford University Press, 2004.

[6] F. Dambreville. *Deterministic modal Bayesian Logic: derive the Bayesian inference within the modal logic T.* http://arxiv.org/abs/math/0701801, 2007.

[7] P. Diaconis and S. Zabell, "Updating subjective probability," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 77, pp. 822–830, 1982.

[8] K. Easwaran, "Bayesianism I: Introduction and arguments in favor," *Philosophy Compass*, vol. 6, pp. 312–320, 2011.

[9] K. Easwaran, "Bayesianism II: Applications and criticisms," *Philosophy Compass*, vol. 6, pp. 321–332, 2011.

[10] W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol. 2. New York: Wiley, 2nd ed., 1971. First edition: 1966.

[11] S. Hartmann and J. Sprenger, "Bayesian epistemology," in *Routledge Companion to Epistemology* (S. Bernecker and D. Pritchard, eds.), pp. 609–620, London: Routledge, 2010.

[12] C. Howson, "Bayesian rules of updating," *Erkenntnis*, vol. 45, pp. 195–208, 1996.

[13] C. Howson, "Finite additivity, another lottery paradox, and conditionalization," *Synthese*, vol. 191, pp. 989–1012, 2014.

[14] C. Howson and A. Franklin, "Bayesian conditionalization and probability kinematics," *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 45, pp. 451–466, 1994.

[15] C. Howson and P. Urbach, *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach.* Illinois: Open Court, 1989. Second edition: 1993.

[16] R. Jeffrey, *The Logic of Decision.* Chicago: The University of Chicago Press, first ed., 1965.

[17] N.J. Nilsson. Probabilistic logic. Journal of Artificial Intelligence, 28(1), pp.71–88, 1986.

[18] M. Rao, *Conditional Measures and Applications.* Boca Raton, London, New York, Singapore: Chapman & Hall/CRC, 2nd, revised and expanded ed., 2005.

[19] J. Rosenthal, *A First Look at Rigorous Probability Theory.* Singapore: World Scientific, 2006.

[20] J. van Benthem, "Dynamic logic for belief revision," *Journal of Applied Non-Classical Logics*, vol. 17, no. 2, pp. 129–155, 2007.

[21] J. Weisberg, "You've come a long way, Bayesians," *Journal of Philosophical Logic*, vol. 44, pp. 817–834, 2015.

[22] J. Weisberg, "Varieties of Bayesianism," in *Inductive Logic* (D. M. Gabbay, S. Hartmann, and J. Woods, eds.), vol. 10 of *Handbook of the History of Logic*, pp. 477–551, Oxford: North-Holland (Elsevier), 2011.

[23] J. Williamson, *In Defence of Objective Bayesianism.* Oxford: Oxford University Press, 2010.

5. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej

Moja praca badawcza zwykle dotyczy logiki formalnej (algebraicznej) lub podstawowych problemów formalnej epistemologii. Do 2017 prowadziłem ją poza Uniwersytetem Jagiellońskim, w zagranicznych placówkach (zaowocowało to 11toma opublikowanymi tekstami). W szczególności, artykuł [H5], będący częścią zgłaszanego przez mnie cyklu tematycznie powiązanych publikacji, został wydany, gdy byłem badaczem podoktorskim (*Postdoctoral Research Fellow*) na Węgierskiej Akademii Nauk. Poniżej krótko opisuję niektóre z owych tekstów. Za pomocą liczb [n] odnoszę się do tekstów wyszczególnionych w osobym pliku "Lista publikacji z danymi naukometrycznymi".

Mój tekst [27] dotyczy twierdzeń Gödela o niezupełności w skończonych fragmentach logiki pierwszego rzędu, odpowiadając w szczególności na długootwarty problem, postawiony przez Németiego i Madduxa, ale wywodzący się jeszcze od Tarskiego. Oryginalne twierdzenia Gödela o niezupełności należą do najważniejszych wyników na polu logiki matematycznej, odgrywając istotnę rolę również dla filozofii matematyki. Z grubsza rzecz biorąc, pierwsze twierdzeni Gödela o niezupełności głosi, że żadna rekurencyjna teoria pierwszego rzędu, wystarczająco mocna, by wyrazić podstawową arytmetykę, nie może być zarówno niesprzeczna jak i zupełna. Jednym z tradycyjnych zagadnień poruszanych na polu logiki algebraicznej to badanie, jakie logiki są w stanie udowodnić twierdzenia Gödela. Tekst [27] pokazuje, że trzy-zmiennowy redukt logiki pierwszego rzędu bez identyczności (ale z podstawianiem lub permutowaniem) wykazuje się cechą Gödelowskiej niezupełności. W momencie publikacji był to postęp w stosunku do najlepszych w tej kwestii ówcześnie wyników Németiego.

Artykuły [28], [25] i [15] dotyczą zasady wspólnej przyczyny Reichenbacha. Mówimy, że klasyczna przestrzeń probabilistycznego jest wspólnoprzyczynowo domknięta (*common cause closed*) jeśli zawiera Reichenbachowską wspólną przyczynę dla dowolnej korelacji; w innym przypadku jest wspólnoprzyczynowo niezupełna (*common cause incomplete*). W [28] pokazano, że klasyczna przestrzeń probabilistyczna jest wspólnoprzyczynowo niezupełna wtw gdy zawiera więcej niż jeden atom. Co więcej, wykazano, że każdą przestrzeń probabilistyczną można zanurzyć w przestrzeń wspólnoprzyczynowo domkniętą; pociąga to za sobą fakt, iż każda klasyczna przestrzeń probabilistyczna jest wspólnoprzyczynowo uzupełnialna (*common cause completable*) z uwagi na dowolny zbiór skorelowanych zdarzeń. Rozważone zostały wnioski, które z tych badań płyną dla zasady wspólnej przyczyny Reichenbacha; wskazano, że zasada owa jest falsyfikowalna jedynie wtedy, gdy na pojęcie wspólnej przyczyny nałoży się warunki wykraczające poza te, które zaproponował sam Reichenbach. Artykuły [25] i [15] zawierają podobne wyniki w kontekście uogólnionych przestrzeni probabilistycznych (krat ortomodularnych).

Cykl tekstów [23], [22], [21], [19], [17] dotyczy problemu interpretacji prawdopodobieństwa, a w szczególności paradoksu Bertranda, paradoksu Borela-Kołmogorowa i Zasady Podstawowej D. Lewisa (*Principal Principle*). Zaproponowaliśmy takie rozumienie paradoksu Bertranda, przy którym paradoks ów nie podważa ani Zasady Bezstronności (*Principle of Indifference*) ani klasycznej interpretacji prawdopodobieństwa, pozostając równocześnie w pełnej harmonii z tym, w jaki sposób matematyczna teoria prawdopdoobieństwa wykorzystywana jest w naukach do modelowania zjawisk. W [21] zdefiniowaliśmy mocną i słabą spójność Abstrakcyjnej Zasady Podstawowej w klasycznych przestrzeniach mierzalnych. Wykazaliśmy, że zasada ta spełnia oba te warunki, oraz, że można ją wzmonić, wzbogacając ją o warunek stabilności. Następnie zdefiniowaliśmy mocną i słabą spójność owej Stabilnej Abstrakcyjnej Zasady Podstawowej i wykazaliśmy, że jest ona słabo spójna; to, czy jest mocno spójna pozostało otwartym problemem. Głowne filozoficzne znaczenie wykazania takiej spójności to fakt, iż bez upewnienia się, że rzeczywiście ona zachodzi, nie powinniśmy traktować Abstrakcyjnej Zasady Podstawowej jako ogólnej normy rządzącej kształtowaniem się subiektywnych stopni przekonań: jeśli zasada ta jest niespójna, to podmiot bayesiański czasami nie będzie w stanie w bayesiański sposób, dzięki warunkowaniu, zmodyfikować swoich stopni przekonań tak, by odpowiadały obiektywnym prawdopodobieństwom (czyli szansom).

W niedawno wydanej monografii (podręczniku) "Universal Algebraic Logic" (napisanym wraz z H. Andréką, I. Nemetim oraz I. Sainem) wykorzystałem prace z dziedziny logiki algebraicznej, [20], [13], [27], [26], [24], [5] oraz [2]. Książka ta stanowi wyczerpujące wprowadzenie do uniwersalnej logiki algebraicznej. Trzy główne tematy to: (i) logika uniwersalna i pytanie o to, czym jest logika; (ii) dualności pomiędzy światem logiki i światem algebry; oraz (iii) właściwa logika algebraiczna typu Tarskiego, zawierająca algebry relacji rozmaitych rzędów (*ranks*), algebry cylindryczne, algebry relacyjne, algebry poliadyczne i inne spotykane w logice typy algebr. Jedną z zalet podejścia zastosowanego w książce jest jego bezpośrednia stosowalność do szerokiego zakresu logik, zawierającego nie tylko logiki zdaniowe, ale również klasyczną logikę pierwszego rzędu i inne logiki z kwantyfikatorami. Podążając za Tarskim, w książce przedstawiliśmy nie tylko powiązania logiki i algebry, ale również związki logiki z geometrią, dochodząc nawet do geometrii czasoprzestrzeni i teorii względności. Poza algebraizacjami logik dokonywanymi w stylu Tarskiego wspominamy również o perspektywie teorii kategorii. Książka ta, niezależnie od tego, że jako monografia przedstawia aktualny stan badań na polu logiki algebraicznej, może być wykorzystana jako podręcznik będący podstawą rozmaitych kursów przeznaczonych dla zarówno młodych, jak i bardziej doświadczonych studentów logiki, matematyki lub filozofii. Na przykład, dwa pierwsze rozdziały mogą stanowić podstawę dla krótkiego podstawowego kursu algebry uniwersalnej.

Napisana wspólnie z L. Csirmazem książka "Mathematical Logic: Exercises and Solutions" stanowi malowniczy zbiór problemów z zakresu klasycznej logiki matematycznej, zaczynając od wspierających dziedzin pobocznych (teoria mnogości, rekursja), a zmierzając ku kluczowym twierdzeniom logiki zdaniowej i pierwszego rzędu. Książka umożliwia studentowi samodzielne dowodzenie głównych twierdzeń, włączając w to słynne twierdzenia Gödela o zupełności i niezupełności. Może być użyteczna dla prowadzących podstawowe kursy dotyczące np. logiki zdaniowej, logiki pierwszego rzędu, teorii rekursji, teorii modeli.

6. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę.

1. **Opieka promotorska i inna**:
   - Michał Gil Sanchez (aktualnie), doktorant, Uniwersytet Jagielloński (opieka współprowadzona z L. Wrońskim)
   - Övge Öztürk (aktualnie), doktorant, Uniwersytet Loránda Eötvösa
   - Zalán Molnár (aktualnie), doktorant, Uniwersytet Loránda Eötvösa
   - Tomasz Czekała-Sokołowski (2022), praca magisterska: The categorical equivalence of Kolmogorov's and Reichenbach's axiomatizations of probability theory, Uniwersytet Jagielloński
   - Zalán Molnár (2020), praca magisterska: On the stabilization of certain modal logics, Uniwersytet Loránda Eötvösa
   - Michał Gil Sanchez (2019), praca magisterska: Algebraic characterization of the weak Beth property, Uniwersytet Jagielloński
   - Marta Emilia Bielińska (2018), tutoriale w ramach *Collegium Invisibile*, Jagiellonian University
   - Leszek Ludwikowski (2018), tutorial w ramach SUM, Jagiellonian University
   - William Brown (aktualnie), doktorant, Uniwersytet Loránda Eötvösa
   - William Brown (2015), praca magisterska: Completeness results for normal modal logics, Uniwersytet Loránda Eötvösa
2. **Popularyzacja**: Z. Gyenis (polski przekład: Błażej Gębura), Czy piraci powodują globalne ocieplenie?, Filozofuj! 2019:3(27)
3. **Nauczanie**:

2017 – 2022	**Uniwersytet Jagielloński**, Instytut Filozofii
	(wszystkie kursy poza ostatnim w języku angielskim)
	Advanced modal logic (wykład i ćwiczenia) (2023)
	Model theory (2017, 2021)
	Computability theory (wykład) (2019, 2021)
	Algebraic logic II (wykład i ćwiczenia) (2019)
	Algebraic logic I (wykład i ćwiczenia) (2018, 2021)
	Classics of modern logic (seminarium) (2018)
	Axiomatic set theory (wykład) (2018, 2022)
	Modal logic (wykład i ćwiczenia) (2017, 2018, 2020, 2021, 2022)
	Wprowadzenie do logiki (ćwiczenia) (2017, 2018, 2019, 2021, 2022)

2007 – 2017 **Uniwersytet Loránda Eötvösa**, Zakład Logiki, Wydział Humanistyczny
(wszystkie kursy w języku angielskim)
Logic seminar (2017)
Advanced universal algebra (2016)
Advanced model theory (2016)
Universal algebra (2015, 2016)
Computability theory (2014)
Classics of modern logic (2014)
Model Theory (2007, 2013, 2015, 2017)

2015 – 2016 **Uniwersytet Techniczno-Ekonomiczny w Budapeszcie**, Zakład Algebry
(w języku węgierskim)
Mathematics A2, A3 (2015, 2016)
Advanced Linear algebra (2016)

2008 – 2015 **Uniwersytet Loránda Eötvösa**, Instytut Matematyki
(w języku angielskim)
Foundations of Mathematics (2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015)
Discrete Mathematics (2008)

2007 – 2015 **Uniwersytet Techniczno-Ekonomiczny w Budapeszcie**, Zakład Informatyki
(w języku węgierskim)
Introduction to Computational Theory (2008, 2009, 2010, 2011, 2015)
Foundations of Computer Science (2007, 2008, 2009)
Probability Theory (2011)

7. Inne informacje dotyczące kariery zawodowej

1. **Nagrody**:

- (2022) Nagroda Rektora zespołowa III stopnia za osiągnięcia naukowe, Uniwersytet Jagielloński
- (2022) **Nagroda za najlepszy artykuł roku 2022** w kategorii "książka" za książkę: "L. Csirmaz, Z. Gyenis, *Mathematical Logic: Exercises and Solutions*, Springer, Problem Books in Mathematics series, 2022", przyznana przez Instytut Teorii Informacji i Automatyki Czeskiej Akademii Nauk
- (2021) Nagroda Rektora zespołowa III stopnia za osiągnięcia naukowe, Uniwersytet Jagielloński
- (2018) **Alfred Tarski Logic Prize** za artykuł: "Z. Gyenis, On the modal logic of Jeffrey conditionalization, *Logica Universalis*, 12(3), 351-374, 2018"
- (2011) Nagroda dla **Wybitnego Nauczyciela**, Uniwersytet Techniczno-Ekonomiczny w Budapeszcie
- (2011) **Nagroda dla zaawansowanego uczestnika studiów doktoranckich**, Uniwersytet Środkowoeuropejski
- (2011) **Grant wspierający badania do rozprawy doktorskiej**, Uniwersytet Środkowoeuropejski

- (2009) **Węgierski Narodowy Studencki Konkurs Badawczy (OTDK)**, sekcja matematyki, 1sza nagroda
- (2007) **Studencki Konkurs Badawczy (TDK)**, sekcja matematyki, 1sza nagroda

2. **Recenzowanie dla:** *Annals of Pure an Applied Logic*, *Archive for Mathematical Logic*, *Axiomathes*, *Bulletin of the Section of Logic*, *Discrete Mathematics*, *Erkenntnis*, *Journal of Symbolic Logic*, *Logic Journal of the IGPL*, *Mathematical Logic Quarterly*, *Philosophy of Science*, *Review of Symbolic Logic*, wyd. Springer, *Studia Logica*, *Synthese*, *The British Journal for the Philosophy of Science*, Wegierska Akademia Nauk

3. **Recenzje prac dyplomowych:** Zoltán Szentmiklóssy (doktorat, Węgierska Akademia Nauk), Karrar Al-Sabti (doktorat), Zoltán Molnár (doktorat), Michał Gil Sanchez (licencjat), Harry Nicholls (magisterium), Amitayu Banerjee (magisterium, doktorat)