

Recenzja w przewodzie habilitacyjnym dr. Bogdana Batki

Teoria indeksu Conleya dla wielowartościowych układów dynamicznych z czasem dyskretnym.

Dr Batko w rozprawie habilitacyjnej opisuje cykl prac dotyczący teorii indeksu Conleya dla dyskretnych, wielowartościowych układów dynamicznych i zastosowania jej w dynamice próbkowanej. Początek badań, w pracy [H1], motywowany jest tym, że uogólnienie teorii Conleya dla układów wielowartościowych w znamiennej pracy [50] jest wykonalne, ale że definicja otoczenia izolującego jest zbyt restrykcyjna dla zastosowań (które są przedmiotem badań w [H4]). W pracy [H1] wprowadzono nową, mniej restrykcyjną definicję otoczenia izolującego (w przypadku wielowartościowym), co z kolei prowadzi do oparcia definicji indeksu Conleya o słabe pary indeksowe i do zupełnie nowych dowodów. Samodzielna praca dra Batki [H2] dotyczy własności słabych par indeksowych: własności Ważewskiego, addytywności, homotopii i przemienności. Ponadto Autor wprowadził tu (w [H2]) definicję bloku izolującego dla dyskretnego, wielowartościowego układu dynamicznego, który pozwala na łatwe skonstruowanie słabej pary indeksowej, co jest wygodne z obliczeniowego punktu widzenia. Dalsze badania wynikające z oparcia definicji indeksu Conleya o słabe pary indeksowe dotyczące struktury zbiorów niezmienniczych izolowanych prowadzone są w kolejnej, samodzielnej pracy dr. Batki [H5]. Rozszerzono tu teorię rozkładów Morse'a. Zdefiniowano zbiory α - i ω -graniczne, atraktory, repelery i pary repeler-atraktor. Autor udowodnił, związane z nimi, równanie Morse'a w teorii indeksy Conleya dla dyskretnych wielowartościowych układów dynamicznych oraz nierówności Morse'a. Praca [H4], natomiast, dotyczy zastosowań indeksu Conleya w dynamice próbkowanej i skupia się na teoretycznych wynikach potrzebnych do rozwijanej metody badania dynamiki próbkowanej. Autorzy przytaczają (w formie twierdzeń) trzy przykłady dotyczące odwzorowania Henona, a dokładniej dynamiki chaotycznej dla tego odwzorowania w przestrzeni dwu- i trój-wymiarowej oraz istnienia 2-okresowej orbity dla odwzorowania Henona na płaszczyźnie. Prace [H1] i [H2] okazały się niezbędne nie tylko w kontekście zastosowań (praca [H4]), ale również stały się punktem wyjściowym dla wyników otrzymanych w pracy [H3], gdzie autorzy opisują związki między dynamiką kombinatoryczną a klasyczną w kontekście indeksu Conleya i rozkładów Morse'a. Istotnie, wyniki pracy [50] okazały się niewystarczające, aby budować związki między dynamiką klasyczną, a kombinatoryczną.

Cykl prac [H1]-[H5] prezentowanych przez Habilitanta jest serią ściśle powiązanych ze sobą tematycznie wyników opublikowanych w bardzo dobrych czasopismach naukowych. Dr Batko w bardzo przemyślany i ciekawy sposób opisał te wyniki w autoreferacie. Habilitant dobrze rozeznaje się w temacie, a jego samodzielność naukowa w tym zakresie nie budzi wątpliwości. Jest jedynym autorem ważnej pracy [H2] oraz pracy [H5], a (zgodnie z deklaracjami współautorów) jego wkład w pozostałe prace jest dominujący. Dorobek naukowy Habilitanta obfituje w samodzielne prace, co również świadczy o niezależności naukowej. Jedynym zastanawiającym faktem jest dość skromna ilość prac współautorskich, w których jednym ze współautorów nie byłby profesor Mrozek. Podobnie jest z uczestnictwem w pracach zespołów badawczych realizujących projekty finansowane w drodze konkursów krajowych lub zagranicznych. Zdecydowanie na plus Habilitanta zaliczyć można owocny, roczny pobyt w Rutgers University, której

wynikiem jest między innymi preprint [9] (obecnie opublikowany: SIAM J. Appl. Dyn. Syst. **23** (2024), no. 1, 383–409). Habilitant wygłosił 26 referatów na konferencjach o międzynarodowym zasięgu, przygotowywał recenzje dla dobrych i bardzo dobrych czasopism naukowych, odbył też kilka zagranicznych wizyt naukowych. Dr Batko zdaje się być naukowcem bardzo zaangażowanym dydaktycznie. Prowadził liczne zajęcia na UJ, wcześniej w Uniwersytecie Pedagogicznym, WSB-NLU, jest autorem lub współautorem trzech skryptów, był promotorem ponad stu prac inżynierskich, licencjackich lub magisterskich. Ponadto był promotorem pomocniczym w przewodzie Dra Mateusza Przybylskiego i opiekuje się obecnie rozwojem doktoranta Damiana Sadowskiego.

W podsumowaniu uważam, że Habilitant spełnia wszystkie wymogi ustawowe a także dotychczasowe wymagania zwyczajowe dla uzyskania stopnia doktora habilitowanego. Z pełnym przekonaniem popieram nadanie dr. Bogdanowi Batce stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.

Z wyrazami szacunku,

Konrad M. Kropielnicki