Gdańsk, dn. 04.02.2024 r.

Prof. dr hab. Joanna Janczewska
Instytut Matematyki Stosowanej
Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej
Politechnika Gdańska
ul. G. Narutowicza 11/12
80-233 Gdańsk

Opinia w postępowaniu w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka panu dr. Guillaume Olive

Dr Guillaume Olive obronił rozprawę doktorską z matematyki nt. *„Sterowalność sprzężonych liniowych układów parabolicznych”* na Uniwersytecie w Marsylii w 2013 roku pod kierunkiem prof. Assia Benabdallah i prof. Francka Boyera. Od września 2013 roku do sierpnia 2014 roku pracował na stanowisku asystenta dydaktycznego na Uniwersytecie w Marsylii. W latach 2014-2021 odbył cztery badawcze staże podoktorskie kolejno na Sorbonie, Uniwersytecie Kalifornijskim, Uniwersytecie w Bordeaux i Uniwersytecie Jagiellońskim. Od września 2021 roku pracuje na stanowisku adiunkta na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Kilkukrotnie wyjeżdżał na krótsze pobyty naukowe do Chin, Hiszpanii, Japonii, Meksyku i Szwajcarii.

Jest autorem dwóch i współautorem dwunastu artykułów naukowych opublikowanych m.in. w takich czasopismach jak: *Mathematics of Control, Signals, and Systems; Evolution Equations and Control Theory; Mathematical Control and Related Fields; SIAM Journal on Control and Optimization; Journal of Functional Analysis; Automatica; Journal of Differential Equations; Journal de Mathématiques Pures et Appliquées; Annali di Matematica Pura ed Applicata; ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations; Potential Analysis.* Są to bardzo dobre czasopisma. Uzyskany dorobek jest dobrze widoczny w znanych bazach cytowań. Web of Science odnotowuje obecnie 235 cytowań, w tym 217 bez autocytowań. Natomiast Scopus pokazuje 242 cytowania w 184 publikacjach cytujących mieszczące się w nim prace habilitanta. Z kolei MathSciNet wskazuje 186 cytowań w 131 publikacjach przez 152 autorów. Indeks Hirscha habilitanta wynosi 8.

Zainteresowania naukowe kandydata do stopnia doktora habilitowanego dotyczą teorii sterowania i równań różniczkowych cząstkowych.

Osiągnięciem naukowym dra Guillaume Olive stanowiącym podstawę ubiegania się o stopień doktora habilitowanego jest cykl czterech powiązanych tematycznie artykułów naukowych opublikowanych w czasopismach naukowych ujętych w wykazie sporządzonym zgodnie z przepisami wydanymi na podstawie art. 267 ust. 2 pkt 2 lit. b ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (zwanej dalej ustawą):

[CHOS21] Jean-Michel Coron, Long Hu, Guillaume Olive, and Peipei Shang, Boundary stabilization in finite-time of one-dimensional linear hyperbolic balance laws with coefficients depending on time and space, *J. Differential Equations* 271 (2021), 1109-1170;

[HO21a] Long Hu and Guillaume Olive, Minimal time for the exact controllability of one-dimensional first-order linear hyperbolic systems by one-sided boundary controls , *J. Math. Pures Appl.* (9) 148 (2021), 24-74;

[HO21b] Long Hu and Guillaume Olive, Null controllability and finite-time stabilization in minimal time of one-dimensional first-order 2x2 linear hyperbolic systems, *ESAIM Control Optim. Calc. Var.* 27 (2021), Paper No. 96, 18 pp.;

[HO22] Long Hu and Guillaume Olive, Equivalent one-dimensional first-order linear hyperbolic systems and range of the minimal null control time with respect to the internal coupling matrix, *J. Differential Equations* 336 (2022), 654-707,

zatytułowany *„Sterowalność brzegowa i stabilizacja układów hiperbolicznych równań różniczkowych cząstkowych"*. Wszystkie prace z cyklu są współautorskie; pierwsza – wieloautorska, a jedynym współautorem trzech kolejnych jest Long Hu. Należy podkreślić, że są to obszerne publikacje. Trzy liczą powyżej pięćdziesięciu stron. Zgodnie z art. 219 ust. 2 ustawy, do wniosku są załączone oświadczenia wszystkich współautorów. Wynika z nich, że indywidualny wkład habilitanta w uzyskanie wyników zawartych w pracach tworzących cykl jest istotny zarówno od strony koncepcyjnej, jak i metodologicznej. W dwóch oświadczeniach wyszczególniono, nad którymi zagadnieniami z artykułu [CHOS21] pracował dr Guillaume Olive. Zgodnie z przedstawioną dokumentacją kandydat nie ubiegał się wcześniej o nadanie stopnia doktora habilitowanego.

***

Przejdę teraz do omówienia głównych wyników habilitanta. Przyjmuję oznaczenia jak w autoreferacie.

Tematyka przedstawionego cyklu artykułów dotyczy sterowalności i stabilizacji jednowymiarowych liniowych układów hiperbolicznych pierwszego rzędu postaci:

$$\frac{\partial y}{\partial t}(t,x) + \Lambda(x)\frac{\partial y}{\partial x}(t,x) = M(x)y(t,x),$$

gdzie zmienna czasowa $t \in (0,T)$, $T > 0$, zmienna przestrzenna $x \in (0,1)$, Λ jest $n \times n$ macierzą diagonalną $\Lambda(x) = diag(\lambda_1(x), \dots, \lambda_n(x))$, $n \geq 2$, o której zakładamy, że

$$\lambda_1(x) < \cdots < \lambda_m(x) < 0 < \lambda_{m+1}(x) < \cdots < \lambda_{m+p}(x),$$

$m \geq 1, p \geq 1, n = m + p$, $\Lambda \in C^{0,1}([0,1])^{n\times n}$, $M(x) = \{m_{ij}(x)\}_{1\leq i,j\leq n}$ jest $n \times n$ macierzą tzw. *macierzą sprzężenia wewnątrz dziedziny*, zakłada się, że elementy na przekątnej $m_{ii}(x)$ są zerowe (można to osiągnąć za pomocą zamiany zmiennych, która nie wpływa na sterowalność układu) i $M \in L^\infty(0,1)^{n\times n}$, niewiadoma funkcja $y(t,x)$, *stan układu*, przyjmuje wartości w R^n i może być rozłożona na składowe

$$y = \begin{pmatrix} y_- \\ y_+ \end{pmatrix}, y_- \in R^m, y_+ \in R^p,$$

odpowiadające odpowiednio ujemnym i dodatnim wartościom prędkości λ_i. Aby powyższe równania były poprawnie postawione, należy dołączyć warunki brzegowe. Autorzy rozważają następujące warunki brzegowe:

$$y_-(t,1) = u(t), \quad y_+(t,0) = Qy_-(t,0),$$

gdzie funkcja $u(t)$ jest *sterowaniem brzegowym*, a Q jest $p \times m$ macierzą tzw. *macierzą sprzężenia brzegowego*. Ponieważ u działa tylko na jednej części granicy ($x = 1$), więc mamy mniej sterowań niż równań. Przyjmują też warunek początkowy w chwili $t = 0$,

$$y(0, x) = y^0(x).$$

Pokazują, że dla $T > 0$, $y^0 \in L^2(0,1)^n$, $u \in L^2(0, T)^m$ istnieje dokładnie jedno rozwiązanie $y \in C^0([0, T], L^2(0,1)^n)$, $t \to y(t,\cdot)$, powyższego układu. (Przez rozwiązanie rozumiemy rozwiązanie wzdłuż charakterystyki.) Co więcej, y zależy w sposób ciągły od (y^0, u). Podobny wynik zachodzi, gdy sterowanie brzegowe jest postaci

$$u(t) = F\big(y(t)\big),$$

gdzie F jest pewnym liniowym operatorem nazywanym *sprzężeniem zwrotnym*. Niech

$$T_i = \int_0^1 \frac{1}{|\lambda_i(\xi)|} d\xi, \quad 1 \leq i \leq n.$$

Czas T_i jest czasem potrzebnym do sterowalności pojedynczego równania z prędkością λ_i. Założenie dotyczące prędkości implikuje

$$T_1 \leq \cdots \leq T_m \qquad \text{i} \qquad T_{m+p} \leq \cdots \leq T_{m+1}.$$

W artykule **[HO21a]** autorzy badali minimalny dokładny czas sterowalności układu hiperbolicznego, czyli wielkość

$$T_{inf}^{(ec)} = \inf\{T > 0: \quad \textit{układ jest dokładnie sterowalny w czasie } T\} \in [0, +\infty].$$

(Sterowalność dokładna oznacza doprowadzenie w określonym czasie dowolnego stanu początkowego układu do z góry ustalonego stanu końcowego.) Wykazali, że minimalny dokładny czas sterowalności układu jest skończony wtedy i tylko wtedy, gdy rząd macierzy sprzężenia brzegowego jest równy p. Ponadto, jeśli $rank(Q) = p$, to

$$T_{inf}^{(ec)} = \max_{1 \leq k \leq p} \{T_{m+k} + T_{c_k}, \ \ T_m\},$$

gdzie c_k są indeksami kolumn, odpowiadającymi *LU*-dekompozycji (Definition 1.9) macierzy Q (Theorem 1.12).

W artykule **[HO21b]** autorzy uzyskali pełną charakterystykę zerowej sterowalności układu hiperbolicznego w przypadku m=p=1 (dwóch równań) i $Q = 0$. (Sterowalność zerowa oznacza doprowadzenie w określonym czasie dowolnego stanu początkowego układu do stanu zerowego). Przy tych założeniach udowodnili, że układ jest zerowo sterowalny w czasie T wtedy i tylko wtedy, gdy

$$T \geq \max\left\{T_2, \int\limits_{l_{x_0}(m_{21})}^{1} \left(-\frac{1}{\lambda_1(\xi)} + \frac{1}{\lambda_2(\xi)}\right) d\xi\right\},$$

gdzie

- $x_0 \in (0,1)$ jest jedynym rozwiązaniem równania $\phi_1(x) + \phi_2(x) = T_2$ dla $\phi_i(x) = \int_0^x 1/|\lambda_i(\xi)| d\xi$,
- $l_{x_0}(m_{21})$ jest długością największego przedziału postaci $(0, l)$, $l \leq x_0$, na którym $m_{21} = 0$ (Theorem 1.5).

De facto pokazali więcej, że jeśli T spełnia powyższą nierówność, to układ jest stabilizowalny w skończonym czasie z czasem ustalania T.

W artykule **[HO22]** autorzy określili najmniejsze i największe wartości, jakie może przyjąć minimalny czas sterowania zerowego ze względu na macierz sprzężenia M, czyli

$$\inf_M T_{inf}^{(nc)} \quad i \quad \sup_M T_{inf}^{(nc)},$$

gdzie $T_{inf}^{(nc)}$ jest minimalnym czasem sterowania zerowego tj.

$$T_{inf}^{(nc)} = \inf\{T > 0: \quad \textit{układ jest zerowo sterowalny w czasie } T\} \in [0, +\infty].$$

Mianowicie udowodnili, że

$$\inf_M T_{inf}^{(nc)} = \max_k \{T_{m+r_k} + T_{c_k}, \quad T_{m+1}, \quad T_m\}$$

oraz

$$\sup_M T_{inf}^{(nc)} = \max_{k \leq \rho_0} \{T_{m+k} + T_{c_k}, T_{m+\rho_0+1} + T_m \},$$

gdzie

- (r_k, c_k) to indeksy niezerowych elementów postaci kanonicznej macierzy Q (Definition 1.6),
- ρ_0 jest największą liczbą całkowitą $i \in \{1, \dots, p\}$ taką, że macierz $i \times m$ utworzona z pierwszych i wierszy macierzy Q ma rząd i oraz $\rho_0 = 0$, jeśli pierwszy wiersz macierzy Q jest zerowy (Theorem 1.11).

W artykule **[CHOS21]** autorzy badali stabilizację w skończonym czasie układu hiperbolicznego, w którym macierze Λ, M zależą nie tylko od zmiennej przestrzennej x, ale również od zmiennej czasowej t,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y}{\partial t}(t,x) + \Lambda(t,x)\dfrac{\partial y}{\partial x}(t,x) = M(t,x)y(t,x), \\ y_-(t,1) = u(t), \quad y_+(t,0) = Qy_-(t,0), \\ y(t_0,x) = y^0(x), \quad t_0 \geq 0, \end{cases}$$

gdzie $x \in (0,1)$, $t \geq t_0$, Λ, M, Q są odpowiednio regularne i sterowanie brzegowe u jest postaci

$$u(t) = \int_0^1 F(t,\xi) y(t,\xi) d\xi,$$

gdzie $F \in L^\infty\big((0,\infty) \times (0,1)\big)^{m \times n}$. Główny wynik tej pracy, Theorem 1.5, mówi, że istnieje F, dla którego powyższy układ jest stabilizowalny w skończonym czasie z czasem ustalania

$$T_{uninf} = \sup_{t_0 \geq 0} (s_{m+1}^{out}(s_m^{out}(t_0, 1), 0) - t_0),$$

gdzie $s_i^{out}(t,x)$ oznacza czas wyjścia charakterystyki $\chi_i(\cdot\,; t, x)$ przechodzącej przez (t,x) odpowiadającej λ_i z odcinka $[0,1]$; $\chi_i(\cdot\,; t, x)$ jest rozwiązaniem równania

$$\begin{cases} \dfrac{d}{ds}\chi_i(s;t,x) = \lambda_i(s, \chi_i(s;t,x)), \ \ s \in R, \\ \chi_i(t;t,x) = x. \end{cases}$$

W pracach cyklu zastosowano m.in.: metodę *backstepping* dla równań różniczkowych cząstkowych, w szczególności za pomocą transformacji całkowych Volterry i Fredholma ([CHOS21], [HO21b], [HO22]), metodę charakterystyk, metodę zwartości-jednoznaczności wymagającą weryfikacji tzw. testu Fattoriniego-Hautusa ([HO21a]), twierdzenie Banacha o punkcie stałym ([CHOS21]) czy twierdzenie Titchmarsha o splocie ([HO21b]).

Wybrany cykl prac jest spójny tematycznie. Kolejne prace z cyklu konsekwentnie rozwijają podjętą tematykę i metodologię. Uzyskane wyniki dotyczące sterowalności i stabilizacji liniowych układów hiperbolicznych są nowe i oryginalne, interesujące zarówno od strony matematycznej, jak i ze względu na fizyczne interpretacje. Stanowią istotny wkład w teorię równań różniczkowych cząstkowych. Potwierdzają to chociażby liczne cytowania w znanych bazach cytowań. Habilitant stosuje pomysłowe i głębokie metody badawcze. Potrafi stawiać nowe i ciekawe problemy.

***

Na pozostały dorobek publikacyjny habilitanta powstały już po obronie rozprawy doktorskiej składa się 9 artykułów. Współautorami tych publikacji są m.in.: L. Hu, J.-M. Coron, F. Boyer, M. Duprez, S. Abja czy S. Dinew. Prace z pozostałego dorobku dotyczą sterowalności i stabilizacji całkowo-różniczkowych równań hiperbolicznych, quasiliniowych układów hiperbolicznych, liniowych układów parabolicznych. Tu w szczególności chciałabym wyróżnić pracę [DO18] poświęconą metodzie zwartości-jednoznaczności w teorii sterowania, której głównym wynikiem jest Theorem 4.1 mówiące o tym, że pewien abstrakcyjny liniowy problem ewolucyjny jest dokładnie sterowalny, jeśli spełnia test Fattoriniego-Hautusa. Na uwagę zasługują też prace [AO22] i [ADO22] traktujące o lokalnej regularności i oszacowaniach dla równań zespolonych typu Monge'a-Ampèra. Kandydat prezentował swoje wyniki wygłaszając referaty na międzynarodowych konferencjach. Jest kierownikiem projektu badawczego nt. „Sterowalność systemów PDE" finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w programie Sonata 16. Ponadto współpracuje z grupą badawczą z Chin pod kierunkiem prof. Long Hu. Bez wątpienia dr Guillaume Olive wykazuje się istotną aktywnością naukową.

***

Według mnie przedstawiony do oceny cykl publikacji spełnia warunek, o którym mowa w art. 219 ust. 1 pkt 2 ustawy *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*, tj. stanowi znaczny wkład w rozwój dyscypliny matematyka. Dlatego z pełnym przekonaniem popieram wniosek pana dra Guillaume Olive o nadanie mu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.