Prof. dr hab. Wojciech Kryszewski
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej
tel. kontaktowy: 602 730 893

Łódź, 31 maja 2024 r.

Ocena osiągnięć dr. Guillaume Olive
w związku z ubieganiem się o nadanie stopnia naukowego
doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych,
w dyscyplinie matematyka

Dr Guillaume Olive jest adiunktem na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Stopień naukowy doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki uzyskał w 2013 roku w na podstawie rozprawy pt. *Côntrolabilité de systemès parabolique linéaires couplés* na Uniwersytecie w Aix-Marseille, we Francji. Promotorami w jego przewodzie doktorskim byli prof. prof. Assia Benabdallah i Franck Boyer.

W sierpniu 2023 r. dr Olive złożył za pośrednictwem Rady Doskonałości Naukowej wniosek do Rady Dyscypliny Matematyka Uniwersytetu Jagiellońskiego o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego, w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka na podstawie osiągnięcia naukowego obejmującego cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych pod tytułem *Sterowalność brzegowa i stabilizacja układów hiperbolicznych równań różniczkowych cząstkowych* składającego się z następujących czterech publikacji ([1]):

[A1] Jean-Michel Coron, Long Hu, Guillaume Olive and Peipei Shang, *Boundary stabilization in finite time of one-dimensional linear hyperbolic balance laws with coefficients depending on time and space*, J. Differential Equations 271 (2021), 1109-1170.

[A2] Long Hu and Guillaume Olive, *Minimal time for the exact controllability of one-dimensional first-order linear hyperbolic systems by one-sided boundary controls*, J. Math. Pures Appl. (9) 148 (2021), 24-74.

[A3] Long Hu and Guillaume Olive, *Null controllability and finite-time stabilization in minimal time of one-dimensional first-order* 2×2 *linear hyperbolic systems*, ESAIM Control Optim. Calc. Var. 27 (2021), Paper No. 96, 18.

[A4] Long Hu and Guillaume Olive, *Equivalent one-dimensional first-order linear hyperbolic systems and range of the minimal null control time with respect to the internal coupling matrix*, J. Differential Equations 336 (2022), 654-707.

[1] W recenzji wykorzystuję numerację przedstawioną w autoreferacie habilitanta oraz wykazie jego osiągnięć.

Wnioskowi towarzyszy dokumentacja zawierająca m.in. autoreferat, wykaz osiągnięć naukowych oraz stosowne oświadczenie współautorów potwierdzające istotny udział dr. Olive w powstaniu artykułów wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego.

Poniższa recenzja składa się z czterech części. W pierwszej części omówię skrótowo zawartość merytoryczną i wyniki uzyskane przez habilitanta w publikacjach składających się na osiągnięcie naukowe. W drugiej części dokonam oceny osiągnięcia habilitacyjnego, a w trzeciej – oceny jego pozostałych wyników badawczych oraz aktywności naukowej zgodnie z art. 219 ust. 2 Ustawy „Prawo o szkolnictwie wyższym" z dn. 20 lipca 2018 r. (tekst jednolity: Dz. U. z 2023 r. poz. 742 z późn. zm.). W czwartej części przedstawię konkluzję recenzji.

Omówienie wyników osiągnięcia habilitacyjnego: Dorobek habilitacyjny dr. Guillaume Olive dotyczy zagadnień sterowalności układów sterowania zarządzanych przez pewne układy równań cząstkowych pierwszego rzędu. Sterowalność układów sterowania, w tym układów nieskończenie wymiarowych opisywanych równaniami ewolucyjnymi postaci

$$y_t + A(t,x)y = f(t,x,y,u) \text{ na } \Omega,\ B(t,x,u)y = g(x) \text{ dla } x \in \partial\Omega, \tag{1}$$

gdzie $y \in \mathbb{R}^n$ jest stanem układu zależnym od czasu $t \in [t_0, \infty)$, $t_0 \geqslant 0$, i położenia $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^d$, $A(t,x)$ jest operatorem różniczkowym działającym (względem zmiennej przestrzennej) w pewnej przestrzeni n-wymiarowych funkcji wektorowych E określonych na Ω, np. $E = L^2(\Omega, \mathbb{R}^n)$, $B(t,x,u)$ operatorem różniczkowym określonym na brzegu zbioru Ω, $g : \partial\Omega \to \mathbb{R}^n$ jest warunkiem brzegowym, zaś f jest zaburzeniem zależnym od czasu t, położenia x, stanu $y \in \mathbb{R}^n$ i pewnego podlegającego kontroli parametru $u \in U \subset \mathbb{R}^k$, jest jednym z centralnych i, można powiedzieć, podstawowych zagadnień teorii sterowania. Chodzi mianowicie o to, czy każdy stan jest osiągalny z dowolnego stanu początkowego, czyli czy dla danego warunku początkowego (punktu startu) $y^0 \in E$ i punktu celu $y^1 \in E$ istnieje czas $T > t_0$, sterowanie $u : [t_0, T] \to U$ i takie rozwiązanie równania (1), czyli funkcja ciągła $y : [t_0, T] \to E$, że $y_t(t,x) + A(t,x)y(t,x) = f\big(t, x, y(t,x), u(t)\big)$ na $(t_0, T) \times \Omega$ oraz $B\big(\cdot, x, u(\cdot)\big)y(\cdot, x) = g$ dla $x \in \partial\Omega$ (równości rozumiane w odpowiednim słabym (*weak*) lub mocnym sensie (tzw. *broad*)) takie, że $y(t_0, \cdot) = y^0$ i $y(1, \cdot) = y^1$ na Ω. W układzie (1) sterowanie oddziałuje na wymuszenie f i operator brzegu (2). Można rozważać zagadnienia, w którym wymuszenie f nie podlega kontroli, a kontrolować można tylko zachowanie brzegowe. Mowa wówczas o sterowaniu brzegowym. Taka właśnie sytuacja jest przedmiotem zainteresowania habilitanta. Podobnie jak sterowalność ważna jest kwestia stabilizacji lub stabilizowalności układu, gdy poszukuje się sterowań w pętli zamkniętej (czyli w sprzężeniu zwrotnym) wymuszających stabilność określonego typu (Lapunowa, wykładniczą lub w skończonym czasie, co jest również przedmiotem zainteresowania dr. Olive)).

Autor rozprawy (wraz ze współpracownikami) rozważa sytuację liniowych układów równań cząstkowych postaci

$$y_t + \Lambda(t,x)y_x = M(t,x)y, \quad x \in (0,1), \tag{2}$$

gdzie stan $y \in \mathbb{R}^n$, $\Lambda(t,x) = \operatorname{diag}(\lambda_1(t,x), ..., \lambda_n(t,x))$, $\lambda_i : [t_0, \infty) \times (0,1) \to \mathbb{R}$ spełnia warunek Lipschitza, $i = 1, ..., n$, $\lambda_1 < ...\lambda_m < 0 < \lambda_{m+1}$ dla pewnego $1 \leqslant m \leqslant n$, $M(t,x)$ jest $n \times n$ macierzą, tzw. wewnętrzną macierzą sparowania układu, gdzie zakłada się, że $M_{ij} \in L^\infty(0,1)$ dla $i,j = 1, ..., n$ oraz $M_{ii} = 0$ dla $i = 1, ..., n$ (możliwość uzyskania tej ostatniej własności jest przedmiotem zainteresowania pracy [A1] ([2])). Zatem, w tym ujęciu $d = 1$, $\Omega = (0,1)$, operator $A(t,x)y = \Lambda(t,x)\frac{d}{dx}$ działa w $L^2((0,1), \mathbb{R}^n)$, $f(t,x,y,u) = M(t,x)y$. W miejsce warunku brzegowego rozważa się $g = 0$ i operator

$$B(\cdot, 0, u)y = y_+ - Qy,\ B(\cdot, 1, u)y = y_- - u, \tag{3}$$

[2] Okazuje się, że to nie zmniejsza ogólności i nie zmienia własności sterowalności i stabilizowalności problemu

gdzie $u \in \mathbb{R}^m$ oraz $y_- = (y_1, ..., y_m)$, $y_+ = (y_{m+1}, ..., y_n)$ dla $y = (y_1, ..., y_n) \in L^2\big((0,1), \mathbb{R}^n\big)$, gdzie $Q(t)$ jest pewną $(n-m) \times m$ ograniczoną macierzą zależną w sposób ciągły od czasu. Dr Olive twierdzi, że taka postać rozważanego układu sterowania podyktowana jest licznymi zastosowaniami.

Okazuje się ponadto (patrz [A1, Theorem A.2]), że dla dowolnego warunku początkowego $y^0 \in L^2\big((0,1), \mathbb{R}^n\big)$, czasu $T > t_0$ i sterowania $u \in L^2\big((t_0, T), \mathbb{R}^m\big)$ istnieje dokładnie jedno rozwiązanie ciągłe $y : [t_0, T] \to L^2\big((0,1), \mathbb{R}^n\big)$ (rozumiane w sensie charakterystyk) startujące z y^0 i zadośćczyniące warunkom brzegowym, czyli $y_-(\cdot, 1) = u(\cdot)$ i $y_+(\cdot, 0) = Qy_-(\cdot, 0)$. Pytania o sterowalność (dokładną lub aproksymatywną) i/lub stabilizowalność układu (2) są więc zasadne. W swoim autoreferacie dr Olive omawia dość starannie wybrane pozycje literaturowe, które bezpośrednio dotyczą rozważanych problemów, w szczególności chodzi o pracę Davida Russela [Rus78] i jej konsekwencje (warto też pamiętać o nieco wcześniejszej, znanej pracy Russela i Doleckiego).

W bardzo obszernej i techniczni złożonej pracy [A1] autorzy badają stabilizowalność w skończonym czasie układu (2) z warunkami brzegowymi (3). W głównym twierdzeniu (patrz [A1, Theorem 1.5]) pokazują mianowicie istnienie takiej istotnie ograniczonej funkcji F określonej na $(0, \infty) \times (0, 1)$ o wartościach w przestrzeni $m \times n$ macierzy, że rozwiązanie y układu (2) ze sterowaniem określonym przez sprzężenie zwrotne

$$u(t) = \int_0^1 F(t, x) y(t, x)\, dx$$

jest stabilne w skończonym czasie i, dodatkowo, starannie szacują czas osadzenia T, czyli taki czas T, że dla dowolnego t_0 i warunku początkowego y^0 rozwiązanie $y(t, \cdot) = 0$ dla $t > T$.

Jestem zdania, że praca [A1] jest bardzo wartościowa. Punktem wyjścia są tu wcześniejsze wyniki (w szczególności Krstica [KS08] i innych) dotyczące istnienia brzegowego sprzężenie zwrotnego stabilizującego analizowane problemy, lecz w przypadku, gdy współczynniki układy zależą jedynie od zmiennych przestrzennych. W celu uogólnienia tych wyników na przypadek układów nieautonomicznych , czyli gdy współczynniki są zależne od czasu (co jest istotne z punktu widzenia zastosowań, gdzie taka sytuacja się ponoć w naturalny sposób pojawia) autorzy ulepszają metodę „backstepping” polegającą na transformacji początkowego układu w układ, którego stabilizowalność jest prostsza do wykazania. Autorzy prowadzą bardzo „analityczne”, precyzyjne i przejrzyste, lecz technicznie złożone rozumowanie, które obejmuje kilka etapów. Najważniejszy krok polega na zastosowaniu kilku odwracalnych przekształceń całkowych (w tym transformacji typu Volterry i Fredholma). Dzięki nim możliwe jest przekształcenie wyjściowego układu w celu usunięcia lub przekształcenia niektórych członów sprzężenia w nim występujących i, w rezultacie, uzyskaniu układu, dla którego można bezpośrednio stwierdzić, stabilizowalność w skończonym czasie z czasem osadzenia T oszacowanym w konkretny sposób. Istotnym zagadnieniem jest fakt, że jądra tych przekształceń całkowych spełniają pewien specyficzny układ równań cząstkowych, zwanych równaniami jądra, a jednym z głównych problemów jest udowodnienie istnienia rozwiązania tych równań. Rozwiązanie tego problemu wymaga precyzyjnych oszacowań dla rozwiązań równań hiperbolicznych na (wielowymiarowych) nietypowych obszarach.

Stosowane techniki matematyczne nie są tu bardzo zaawansowane pojęciowo, lecz imponują pomysłowością, konsekwencją i analityczna precyzją.

W drugiej z cyklu pracy [A2] dr Olive wraz ze współpracownikiem kontynuują badania układu (2) z warunkami brzegowymi (3) jak wyżej, tym razem z punktu widzenia dokładnej sterowalności. Chodzi mianowicie o charakteryzacją krytycznego (minimalnego) czasu dokładnej sterowalności badanego układu. Główne twierdzenie tej pracy (patrz [A2, Theorems 1.12, Theorem 3.1, Theorem 4.1]) orzeka, że tzw. minimalny czas dokładnej sterowalności

$$T_{inf} := \inf\{T > 0 \mid (2), (3) \text{ jest dokładnie sterowalny w czasie } T\}$$

(zależny, przynajmniej teoretycznie, od danych Λ, M i Q) i jest skończony wtedy i tylko wtedy, gdy $\operatorname{rank} Q = n - m$. Otrzymany wynik (który laikowi może przypominać nieco słynne kryterium

Kalmana sterowalności liniowych układów sterowania) nie jest zaskakujący biorąc pod uwagę dość specyficzną postać jednorodnego abstrakcyjnego liniowego układu (typu (1)), który jest stowarzyszony z (2), postać jego operatora sterowalności i kryteria sterowalności tego układu. Za to bardzo interesujący i nieoczekiwany jest wzór [A2, wzór (20)] opisujący dokładnie T_{inf}, który *de facto* nie zależy od wewnętrznej macierzy sparowania M (wzór ten wyrażony jest w języku czasów T_i potrzebnych do sterowalności pojedynczego równania typu równania transportowego o prędkości λ_i, $i = 1, ..., n$). Jest to przedmiotem ciekawej dyskusji w [A2]. Dowód głównego rezultatu jest tutaj również kilku etapowy: autorzy rozważają najpierw (Theorem 3.1) układ (2), w którym $M = 0$, następnie (Theorem 4.1) pokazuję „stabilność" własności sterowalności ze względu na zmiany macierzy M. Ten fragment rozumowania jest trudny i wymagający. Brak miejsca, aby staranniej opisać użytą tu piękną argumentację, tzw. *compactness-uniqueness argument* (znany skądinąd np. w badaniu tzw. homotopijnej kontynuacji w teorii operatorów Fredholma) i konceptualnie (niezależnie) zapoczątkowaną przez D. Russela we wspomnianej wyżej pracy.

Celem trzeciego artykułu [A3] z cyklu habilitacyjnego jest badanie minimalnego czasu T potrzebnego do sterowalności na zero i stabilizowalności w skończonym czasie układu typu (2), (3), gdy $n = 2$, $m = 1$ oraz $Q = 0$. Główne twierdzenie pracy ([A3, Theorem 1.5]) podaje konkretny wzór na minimalny czas T, który silnie zależny od zachowania sprzężeń wewnętrznych M, co (na ogół (?)) nie ma miejsca w przypadku dokładnej sterowalności, np. w sytuacji rozważanej w pracy [A2]. Jest to chyba pierwszy wynik, który ilościowo charakteryzuje czas optymalny, który jest krótszy niż klasycznie wyznaczony przez D. Russella. W dowodzie habilitant ze swoim współautorem zaproponowali nową technikę analityczną polegająca między innymi na niebanalnym wykorzystaniu tzw. splotów Titchmarsha. Szczegóły tezy twierdzenia (i samego wzoru na T) i dowodu są trochę zbyt złożone, aby je tutaj dokładniej omówić.

W ostatniej pracy [A4] z cyklu habilitacyjnego autorzy badają najmniejsze i największe wartości, jakie może przyjąć minimalny czas sterowania na zero w zależności od macierzy wewnętrznego sprzężenia M, co odnosi się do pracy [A3] i wcześniejszych wyników prace J.-M. Corona i Nguyena. Głównym twierdzeniem ([A4, Theorem 1.11]) jest techniczny wynik wyrażający badane czasy (podobnie jak w pozostałych pracach) przy pomocy czasów T_i. Ciekawą konsekwencją podanego wzoru są konieczne i wystarczające warunki na to, aby minimalny czas sterowania był niezależny od możliwych sprzężeń wewnętrznych. Dowód opiera się na nietrywialnym uogólnieniu obecnych technik stosowanych w teorii sterowania równaniami hiperbolicznymi takich m.in., jak *backstepping*, itp.

To kończy mój pobieżny przegląd merytorycznej zawartości osiągnięcia naukowego dra G. Olive.

Ocena osiągnięcia naukowego: Uważam, że cykl publikacji przedstawionych jako osiągnięcie naukowe dra G. Olive stanowi wartościowy wkład do matematyki. Problematyka badawcza, której ten dorobek dotyczy, a więc zagadnienia sterowalności i stabilizowalności, jest ważna z punktu widzenia teorii sterowania układów o rozłożonych parametrach modelowanych równaniami różniczkowymi hiperbolicznym. Tematyka ta, w zakresie pojęciowym dotyczy dość wąskiej specjalizacji obejmującej analizę matematyczną i funkcjonalną, równania cząstkowe, teorię półgrup operatorów i w tym sensie jest częścią raczej tradycyjnej matematyki. Jest to, jak stwierdziłem, dziedzina dość specjalistyczna, lecz zapewne ważna z punktu widzenia zastosowań (na ten aspekt habilitant zwraca dość pobieżnie uwagę) i przyciągająca uwagę niemałej grupy badaczy w Europie i Stanach Zjednoczonych. Sterowalność brzegowa układów hiperbolicznych (której poświęcone są w większości prace dr. Olive i której istotę wyjaśniono powyżej) jest ważną, choć chyba raczej niszową, częścią teorii sterowania. W świetle klasycznych wyników Russella *et al.* liniowe i quasi-liniowe systemy hiperboliczne są dokładnie (i na zero) sterowalne za pomocą sterowań brzegowych, jeśli czas sterowania jest wystarczająco duży (dla dokładnej sterowalności, warunki brzegowe po stronie niekontrolowanej (tutaj Q) muszą spełniać dodatkowe ograniczenia typu rzędu). Staranne rozstrzygnięcie kwestii krytycznego czasu dla sterowalności brzegowej układów typu (2), (3), co było sformułowane przez Russella jako problem otwarty (a rozwiązany w szczególnej sytuacji przez Hu i Wecka), w duchu wyników Corona i Nguyena, którzy poprawili czas sterowania dla niektórych specjalnych liniowych równań różniczkowych hiperbolicznych z ograniczeniami co do liczby równań, regularności współczynników i sprzężeń brzegowych po stronie niekontrolowanej) zarówno dla dokładnej, jak i zerowej sterowalności) należy – moim zdaniem – uznać za wartościowy i ciekawy wynik badawczy.

Wśród 4 artykułów zamieszczonych w cyklu publikacyjnym wszystkie prace są współautorskie, a ich współautorami są matematycy o ustalonej renomie: nestor analitycznej teorii sterowania Jean Michel Coron, Long Hu – także znany matematyk i Peipei Shang – młoda matematyczka chińska współpracująca z Coronem, a więc grono partnerów (*peers*) habilitanta. To z jednej strony dobrze świadczy o nim i jego roli w środowisku. Z drugiej kładzie się pewnym cieniem na jego dorobku. Szkoda mianowicie, że w dorobku habilitacyjnym dr. Olive nie pojawiła się żadna praca samodzielna, lub napisana z młodszym współpracownikiem. W ogóle w dorobku dra Olive są tylko dwie prace samodzielne, zapewne datowane sprzed doktoratu. Należy wszakże stwierdzić, że oświadczenia współautorów, choć nie zawierają szczegółowego opisu wkładu dr Olive do powstałych prac, to podkreślają jego duży wkład.

Prace wchodzące w skład cyklu opublikowane są w bardzo dobrych, międzynarodowych i cenionych przez środowisko czasopismach. Warto poinformować, że prace dra Olive, mimo że dość świeże (ukazały się w ostatnich 4 latach) były cytowane 19 razy – źródłem tych danych jest baza MathSciNet na dzień 31 maja 2024 r. Część z tych cytowań ma charakter tylko enumeratywny, lecz część – jak najbardziej merytoryczny. Należy sądzić, że osoba autora i jego badania są znane w środowisku.

Artykuły zawarte w cyklu habilitacyjnym są na ogół bardzo długie, co jest uzasadnione zważywszy na ich zawartość i techniczną złożoność, są starannie przygotowane, również pod względem redakcyjnym i językowym. Autor ze swoimi współpracownikami dba o wszechstronne przedstawienie problematyki i literatury przedmiotu swoich badań. Przedstawione rozumowania są skomplikowane i niekiedy żmudne. Wskazują na dobrą orientację autora (autorów) w materii poruszanej tematyki badawczej. Doktor Olive pokazał, że jest dobrym specjalistą, dobrze wykształconym i doświadczonym matematykiem o niemałym potencjale badawczym, wiedzy i kulturze matematycznej.

Moje delikatne zastrzeżenie ma związek z zastosowaniami zaprezentowanego podejścia. Wprawdzie autor we wstępach do swych prac (oraz w przedmowie do autoreferatu) wspomina o zastosowaniach, a swe prace publikuje w periodykach „stosowanych" nie popiera wyników teoretycznych konkretnymi zastosowaniami, które stanowiłyby poza-akademicką motywację i uzasadniałyby moc rezultatów. Sadzę, że spektrum zastosowań metod i rezultatów autorstwa dra Olive (wraz ze współpracownikami) w praktycznych zagadnieniach teorii sterowania jest szersze. Te opinię zweryfikuje zapewne przyszłość. Trochę szkoda, że brak ogólnych przekonujących o tym przykładów w osiągnięciu naukowym habilitanta.

Na zakończenie chciałbym podkreślić pewien dodatkowy pozytywny aspekt dorobku habilitacyjnego dr. Olive. Mianowicie kończy on na ogół swe artykuły sformułowaniami otwartych problemów, co świadczy o głębokim rozeznaniu i zrozumieniu problematyki i umiejętnością tworzenia perspektyw dalszego rozwoju.

Tych kilka krytycznych uwag nie zmienia jednak mojej ogólnej bardzo pozytywnej oceny osiągnięcia p. dra G. Olive. Jestem zdania, że jego osiągnięcie habilitacyjne stoi na wysokim poziomie i stanowi znaczący wkład do matematycznej teorii sterowania układów o rozłożonych parametrach. Ponadto jego rozprawa pokazuje, że dr Olive jest samodzielnym badaczem, gotowym do podjęcia indywidualnej opieki nad młodszymi ludźmi.

Ocena innych osiągnięć naukowo-badawczych, dorobku dydaktycznego, popularyzatorskiego i w zakresie współpracy międzynarodowej: Dr Guillaume Olive jest autorem ogółem 14 prac (zgodnie z wykazem jego osiągnięć), co – zważywszy na datę pierwszej publikacji –

pokazuje, że publikuje ok. 1 pracy rocznie. To nie jest duża liczba z punktu widzenia dzisiejszych karier naukowych. Prace te były cytowane ok. 190 razy. Stanowi to wynik przeciętny dla kandydatów do stopnia doktora habilitowanego.

Dr Guillaume Olive jest matematykiem doświadczonym we współpracy międzynarodowej: przebywał na kilku stażach *postdoc* we Francji, USA i w Polsce; odbył kilka dłuższych wyjazdów do Chin, Szwajcarii i Meksyku, brał udział z referatami w wielu specjalistycznych konferencjach, a także uczestniczył w realizacji paru projektów naukowych, w tym jest kierownikiem naukowym projektu Sonata finansowanego przez NCN.

Dr Olive nie ma chyba większego dorobku w pracy dydaktycznej (nie ma o tym wzmianek w dokumentacji), poza paroma zajęciami, które prowadził podczas pobytów zagranicznych. Prawdopodobnie jest adiunktem zatrudnionym w UJ na stanowisku badawczym. O osiągnięciach organizacyjnych dr. Olive nie mam wiedzy. Nie jest zbyt dobrze i szkoda, że nie jest (w udokumentowany sposób) zaangażowany w pracę z młodszą kadrą (opieka nad doktorantami, itp).

Dorobek naukowy dr. Olive, poza przedstawionym w cyklu habilitacyjnym, dotyczy przede wszystkim różnych, pokrewnych zagadnień teorii sterowania układów modelowanych hiperbolicznymi równaniami cząstkowymi, a także równań typu Mong'e-Ampéra (co – jak sądzę – związane jest z jego obecnym zatrudnieniem i współpracą z matematykami krakowskimi). Myślę, że jest to dorobek dość interesujący. Brak tutaj miejsca na bardziej szczegółowy opis zawartości tych osiągnięć. Mnie – z racji na pewne okoliczności i zainteresowanie równaniem Schrödingera – zainteresowała praca [DO18], wspólna M. Duprezem, dotycząca abstrakcyjnego podejścia do dokładnej sterowalności nieskończenie wymiarowych układów pod obecność zwartych perturbacji. Uogólnia to wcześniejsze twierdzenie Komornika, bez jawnych założeń spektralnych. Użyteczność twierdzenia jest zilustrowana poprzez zastosowanie do liniowego równania Schrödingera zawierającego człon nielokalny.

Podsumowanie: Biorąc pod uwagę powyższą recenzję oraz sformułowane już oceny stwierdzam, że osiągnięcie habilitacyjne pt. *Sterowalność brzegowa i stabilizacja układów hiperbolicznych równań różniczkowych cząstkowych*, a także całość dorobku naukowego pana dr. G. Olive **spełnia** wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane przed osobami ubiegającymi się o stopień doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych, w dyscyplinie matematyka. Tym samym **rekomenduję** Komisji Habilitacyjnej nadanie doktorowi Guillaume Olive stopnia doktora habilitowanego.

Wojciech Kryszewski